

Marek Legutko

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne

Kolce kompetencji matematycznych w gimnazjum **Kompetencje matematyczne jako efekty kształcenia w gimnazjum**

Nowa podstawa programowa zobowiązuje nauczycieli matematyki do pracy nad kształtowaniem i rozwojem kompetencji matematycznych określonych w wymaganiach ogólnych. Wśród nich jest modelowanie matematyczne i używanie strategii. Kształcenie ogólne w gimnazjum ma obejmować rozwijanie umiejętności kluczowych. Wśród nich wymienia się „myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym”.

Program wymagany i program realizowany

Jak uczy praktyka, uzyskanie deklarowanych efektów kształcenia nie jest powszechną normą. Dotyczy to szczególnie matematyki. W tej sytuacji bardzo cenne są projekty edukacyjne służące propagowaniu i wprowadzaniu do praktyki szkolnej kształcenia ukierunkowanego na rozwój kompetencji matematycznych. Jednym z nich był Gimnazjalny Program Kształcenia Kompetencji Kluczowych w ramach e-Akademii Przyszłości (GPKKK, 2010). W programie uczestniczyło dwieście gimnazjów. Trudności i osiągnięcia uczniów w zakresie kompetencji matematycznych badano m.in. z wykorzystaniem testów online (H. Szaleniec, 2009).

Zadanie tak łatwe, że aż trudne. Strategia prowadząca na manowce

Kilkanaście tysięcy uczniów kończących klasę pierwszą w gimnazjach uczestniczących w projekcie e-Akademia Przyszłości otrzymało do rozwiązania online zadanie o sadzeniu róż (zadanie nr 4 w teście kompetencji matematycznych):

Róże wielokwiatowe niskie należy sadzić w odległości 45 cm od siebie.

Zgodnie z podaną informacją wskaż poprawne dokończenie zdania.

Ścieżka przed stadionem ma długość 9 m. Od początku do końca tej ścieżki należy posadzić

- A. 20 róż niskich wielokwiatowych.
- B. 21 róż niskich wielokwiatowych.
- C. 50 róż niskich wielokwiatowych.
- D. 51 róż niskich wielokwiatowych.

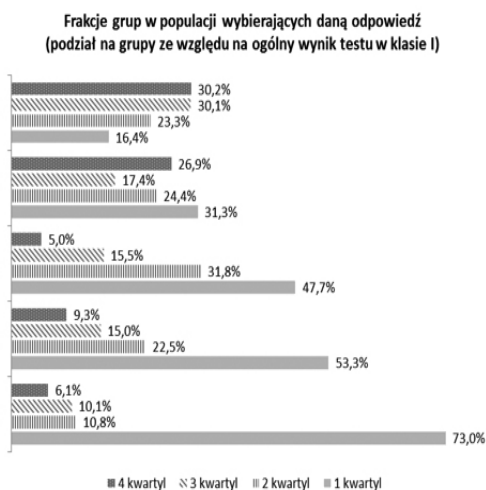
Zadanie można powiązać z modelowaniem i używaniem strategii. Uczniowie wybierali jedną odpowiedź, nie dysponujemy notatkami uczniów ułatwiającyimi odtworzenie toku myślenia. Jaki był rozkład odpowiedzi?

69% uczniów wybrało model podziału ścieżki 900-centymetrowej na 45-centymetrowe odcinki i wykonało dzielenie $900 : 45$ (odpowiedź A). 8% uczniów

dzieliło 45 (odstęp między różami) przez 9 i mnożyło przez 10 (odpowiedź C). Wybór odpowiedzi A i C związany jest prawdopodobnie z zastosowaniem skutecznej na ogół strategii wykonania działań arytmetycznych na dostępnych danych tak, by uzyskać podaną odpowiedź. 21% uczniów wybrało model umieszczenia róży na początku każdego kolejnego odcinka ścieżki o długości 45 cm (900 : 45 róż) i dodania jednej róży na końcu ścieżki (odpowiedź B). 1% uczniów wybrało odpowiedź D. 1% uczniów nie udzieliło odpowiedzi.

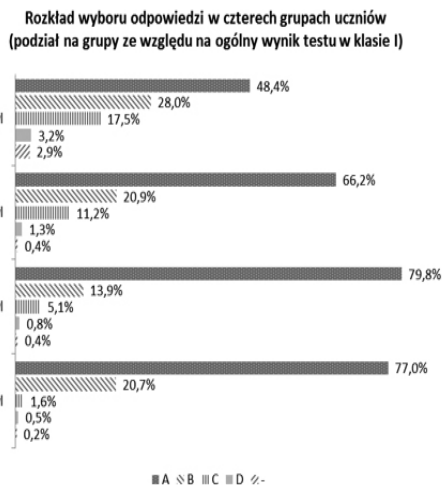
W zadaniu odwoływano się do elementarnej wiedzy i umiejętności dostępnych uczniom szkoły podstawowej. Mimo to, tylko co piąty gimnazjalista właściwie dobrał model i wykonał obliczenia, pozostali źle dobrali model lub błędnie zastosowali strategię wykonania działań na podanych danych.

Uczniów rozwiązujących test kompetencji matematycznych podzielono na cztery grupy ze względu na uzyskany wynik testu. Wśród uczniów wybierających prawidłową odpowiedź B najliczniejszą grupę stanowili uczniowie... z najniższymi wynikami testu (kwartył 1). Być może dlatego, że uwierzyli w możliwość rozwiązania zadania, które nie odwoływało się do gimnazjalnej wiedzy. Uczniowie z najsłabszymi wynikami testu dominowali w populacji uczniów nieodpowiadających na zadanie o różach lub wybierających odpowiedzi C i D.



28% uczniów z najniższymi wynikami testu wybrało poprawną odpowiedź (najwyższy wynik). Uczniowie ci byli stosunkowo najbardziej odporni na sugestię „oczywistej” odpowiedzi A. Wybrało ją 48,4% takich uczniów.

Więcej niż trzy czwarte uczniów z wysokimi wynikami (kwartyły 3 i 4) zdecydowało się na odpowiedź A. Tylko 13,9% uczniów z wysokimi wynikami (3. kwartył) dobrze rozwiązało zadanie o sadzeniu róż. Tylko co piąty uczeń z „najsilniejszej” grupy wskazał prawidłową odpowiedź.



Wynik zadania byłby zapewne inny, gdyby uczniowie wykorzystali rysunek lub schemat, gdyby zamiast wyboru jednej odpowiedzi wymagać jej podania. Znane są inne badania dotyczące modelowania i używania strategii (np. uczniów klas III i IV szkoły podstawowej) ukazujące analogiczne trudności uczniów (M. Dąbrowski, 2013). Zadanie *Wzdłuż drogi, przy której mieszka Kamil, posadzono 13 młodych drzewek. Drzewka sadzono co 10 metrów. Pierwsze drzewko posadzono na początku drogi, a ostatnie na jej końcu. Jaką długość ma ta droga?* poprawnie rozwiązało 7,5% uczniów klasy III. Frakcja poprawnych rozwiązań zmalała do 4,7%, gdy ci sami uczniowie rozwiązywali to zadanie w klasie IV. Postanowiono sprawdzić, czy ujawnione trudności uczniów gimnazjum mają charakter trwały, czy kształcenie matematyczne w gimnazjum sprzyja pokonaniu tych trudności.

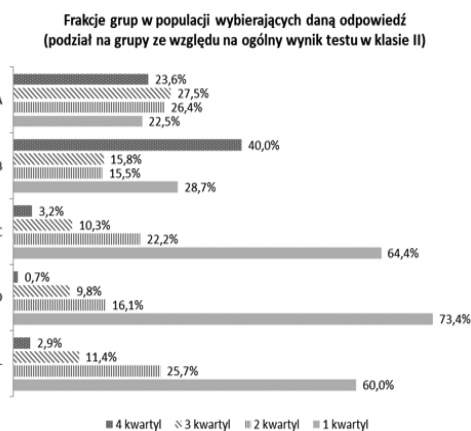
Kompetencyjna wartość dodana w drugiej klasie gimnazjum

Na zakończenie klasy II ci sami uczniowie rozwiązywali online to samo zadanie (nr 4 w kolejnym teście kompetencji matematycznych):

Tym razem odpowiedź A wybrało 75% uczniów, C – 5%, B – 19%, D – 1%. 13% uczniów w klasie II wybrało prawidłową odpowiedź, poprawiając swój wynik z klasy I. 14% uczniów w klasie II wybrało błędną odpowiedź mimo udzielenia poprawnej odpowiedzi w klasie I. Tylko 6% uczniów zarówno w klasie I, jak i II wybrało prawidłową odpowiedź. Dobry wynik zadania o sadzeniu róż owocował lepszym wynikiem testu badającego trudności i osiągnięcia matematyczne. Zadanie to okazało się pomocne w wyselekcjonowaniu uczniów z rozwiniętymi kompetencjami matematycznymi.

Wśród uczniów wybierających prawidłową odpowiedź B najliczniejszą grupę stanowili tym razem uczniowie z najwyższymi wynikami testu (kwartył 4). Wyraźnie zmniejszył się udział tej grupy wśród uczniów wybierających odpowiedź A.

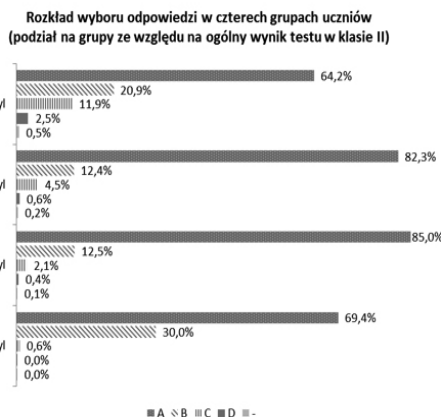
Podobnie jak rok wcześniej, uczniowie z najniższymi wynikami testu (kwartył 1) dominowali w populacji uczniów nieodpowiadających na zadanie o różach lub wybierających odpowiedzi C i D.



30% uczniów z najwyższymi wynikami testu wybrało poprawną odpowiedź. Uczniowie ci byli stosunkowo mniej odporni na sugestię „oczywistej” odpowiedzi A. Wybrało ją 69,4% takich uczniów (rok wcześniej 77%).

Więcej niż 80% uczniów ze średnimi wynikami (kwartyle 2 i 3) zdecydowało się na odpowiedź A. Tylko co dziesiąty uczeń tych grup dobrze rozwiązał zadanie o sadzeniu róż.

Co piąty uczeń z „najsłabszej” grupy wskazał prawidłową odpowiedź



Do refleksji może skłaniać obserwowany spadek matematycznej formy uczniów „najsłabszych”. Zmalał, być może, zapas ich wiary we własne siły nawet wobec zadania odwołującego się do elementarnej wiedzy ze szkoły podstawowej. Pogorszyli swój wynik w tym zadaniu uczniowie „średni” (2. kwartyl). Oczywiście uczniowie „najsłabsi” w teście w klasie I mogli przesunąć się do grupy „najsilniejszych” w teście klasy II (1,4% populacji). 83,2% uczniów nie zmieniło grupy bądź przesunęło się do grupy sąsiedniej (w górę lub w dół). Wskazywać to może na małą dynamikę zmian relatywnej pozycji ucznia w grupie rówieśniczej w ciągu roku nauki, jeśli chodzi o rozwój kompetencji matematycznych.

Kolce róż, czyli konfrontacja ambitnych zamierzeń z praktyką

Zadanie z sadzeniem róż w powyższej postaci może pełnić rolę markera użytecznego przy badaniu podatności naszych uczniów na sugestię „oczywistej” odpowiedzi, na bezmyślnie stosowane strategie wykonywania działań na liczbach podanych w zadaniu. Szkoda, że tak rzadko uczniowie gimnazjum korzystają z pomocniczych rysunków, schematów i diagramów. Brakuje im elementarnych technik heurystycznych. Kolce róż z omawianego zadania powinny skłonić nas do szerszej debaty nad edukacją matematyczną naszych uczniów.

Niech rozkwitną pąki białych róż

Wykorzystajmy opisany przypadek, podejmiemy badania owocujące wiedzą na temat wsparcia uczniów w pokonaniu ujawnionych trudności. Cenna może być wymiana doświadczeń w tym zakresie. Od czego rozpocząć? Oto propozycja trzech grup zagadnień:

1. **Strategie uczniów.** Problem neutralizacji dominującej strategii rozwiązywania zadań: „wykonaj działania z wykorzystaniem podanych liczb”? Wykorzystanie heurystyki (G. Polya, 1993).
2. **Modelowanie matematyczne.** Korzystanie z graficznych (konkretnych) reprezentacji przy dobieraniu modelu matematycznego. Ocena właściwego doboru modelu.

3. **Zadania zamknięte – podaj odpowiedź „od razu”.** Problem neutralizacji przekonania, że można i trzeba podać natychmiast odpowiedź, że sam wybór odpowiedzi (nawet losowy) jest rozwiązaniem zadania.
4. **Kluczowe umiejętności.** Problem rozwijania kompetencji matematycznych uczniów związanych z właściwym korzystaniem z narzędzi matematyki (jeden z celów kształcenia ogólnego zapisany w podstawie programowej).

Bibliografia

1. *Gimnazjalny Program Kształtowania Kompetencji Kluczowych*, WSiP, Warszawa 2010.
2. M. Dąbrowski, *Dokąd prowadzi ta droga*, http://www.trzecioklasista.edu.pl/artukul/kategoria/dla_nauczycieli/co_potrafia_uczniowie/
3. G. Polya, *Jak to rozwiązać? Nowy aspekt metody matematycznej*, PWN, Warszawa 1993.
4. H. Szaleniec, *Charakterystyka oceniania na odległość* [w:] A. Okońska-Walkowicz, M. Plebańska, H. Szaleniec, *O kompetencjach kluczowych, e-learningu i metodzie projektów*, WSiP, Warszawa 2009.