Mariola Frontczak
Małgorzata Iwanowska
Urszula Jankiewicz
Beata Wąsowska-Narojczyk
Warszawskie Centrum Innowacji Edukacyjno-Społecznych i Szkoleń

Wykorzystanie wyników sprawdzianów diagnozujących umiejętności matematyczne uczniów

Matematyczne umiejętności warszawskich uczniów w świetle testów kompetencji

Bardzo ważnym zagadnieniem dla nauczycieli matematyki w warszawskich szkołach podstawowych i gimnazjach jest rozpoznanie poziomu umiejętności i wiadomości matematycznych uczniów, a następnie monitorowanie ich przyrostu. Wychodząc naprzeciw takim potrzebom, zespół doradców metodycznych m.st. Warszawy w zakresie matematyki od wielu lat opracowuje sprawdziany diagnozujące dla uczniów.

Rodzaje przeprowadzanych sprawdzianów:

- „Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia" - początek klasy czwartej szkoły podstawowej,
- „Na półmetku w szkole podstawowej" - początek drugiego semestru klasy piątej szkoły podstawowej,
- „Matematyka na starcie w gimnazjum" - początek klasy pierwszej gimnazjum,
- „Na półmetku w gimnazjum" - początek drugiego semestru klasy drugiej gimnazjum.

Cele przeprowadzanych sprawdzianów:

- określenie poziomu opanowania umiejętności uczniów przewidzianych w podstawie programowej,
- dostarczenie materiału do diagnozy edukacyjnej,
- porównanie poziomu opanowania sprawdzanych umiejętności w poszczególnych dzielnicach Warszawy.

Narzędzia badawcze - charakterystyka powyższych zestawów zadań:

- Każdy sprawdzian składał się z 15 (teraz 12) jednakowo punktowanych zadań otwartych obejmujących tematy z algebry i geometrii. Dobór zadań uwzględnia podstawowe umiejętności i wiadomości, które powinien posiadać uczeń kontynuujący naukę w następnym etapie kształcenia.
- Za każde zadanie uczeń mógł otrzymać od 0 do 2 punktów. Łączna liczba punktów za całość sprawdzianu to 30 (teraz 24) punktów.

- Wszystkie zadania opracowane były w oparciu o podstawę programową. Każdy sprawdzian przygotowany był dla średnio zdolnego ucznia.
- W klasie czwartej szkoły podstawowej i drugiej gimnazjum diagnozowany jest przyrost wiedzy i umiejętności nabytych po półtora roku nauki w danym typie etapu kształcenia.

Zadania w każdym ze sprawdzianów pogrupowane są w trzy podtesty:

R - rachunki,
T - zastosowanie umiejętności matematycznych w sytuacjach praktycznych,
G - geometria;

a także ze względu na sprawdzane kompetencje:

D - wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności,
Z - wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności,
M - stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań praktycznych i typowych.

W każdym roku dla przeprowadzonego sprawdzianu podawane są następujące dane statystyczne: liczba uczniów, łatwość zestawu, średnia arytmetyczna testu, mediana, modalna, odchylenie standardowe, wariancja, wynik najwyższy (x_{max}), wynik najniższy ($x_{min)}$, rozstęp wyników, błąd standardowy, współczynnik rzetelności, łatwość zadania.

Dla każdego zadania obliczany jest także procent braku wyboru, czyli procent uczniów, którzy nie podjęli próby rozwiązania zadania.

„Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia" - początek klasy czwartej szkoły podstawowej

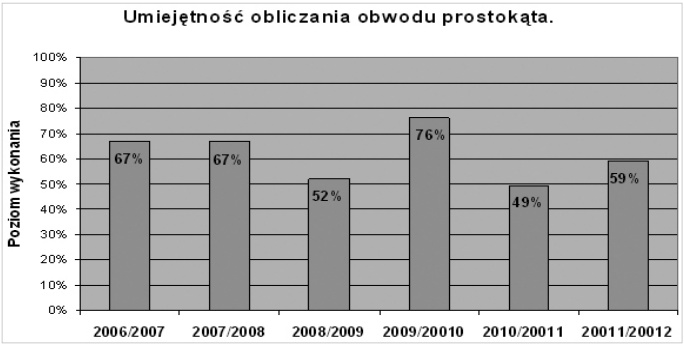
W latach 2006-2012 w sprawdzianie wzięło udział 37 825 uczniów IV klas szkół podstawowych.

Tabela 1. przedstawia ilościowy udział uczniów w testach kompetencji „Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia".

	2003-2006	2006/2007	2007/2008	2008/2009	2009/2010	2010/2011	2011/2012
Liczba uczniów	4920	7512	6532	5180	5589	7503	5509
Procentowy udział szkół warszawskich	-	61%	56%	55%	58%	75%	59%
Procent wykonania testu	-	65%	66%	73%	77%	80%	78%

Poniżej pokazana została charakterystyka wybranego zadania ze sprawdzianu diagnozującego „Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia" w roku szkolnym 2011/2012 w porównaniu z latami poprzednimi. Wybrana umiejętność badana jest dla całego okresu bez względu na zmiany podstaw programowych.

Zadanie. Oblicz obwód prostokąta o wymiarach 6 cm i 7 cm.



„Matematyka na starcie w gimnazjum"- początek klasy pierwszej gimnazjum

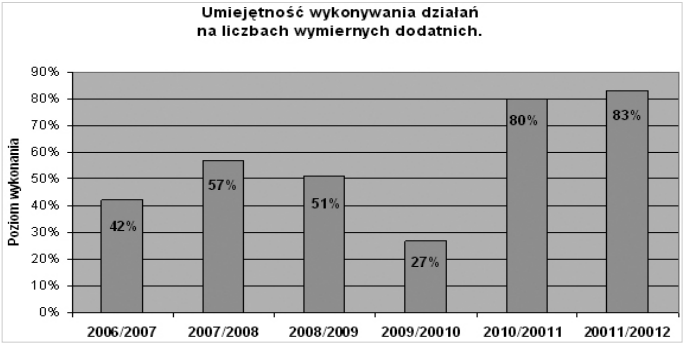
W latach 2003-2012 w sprawdzianie wzięło udział 41 346 uczniów I klas warszawskich szkół gimnazjalnych, z czego w latach 2006-2012 - 3 7516.

Tabela 2. przedstawia ilościowy udział uczniów w testach kompetencji „Matematyka na starcie w gimnazjum".

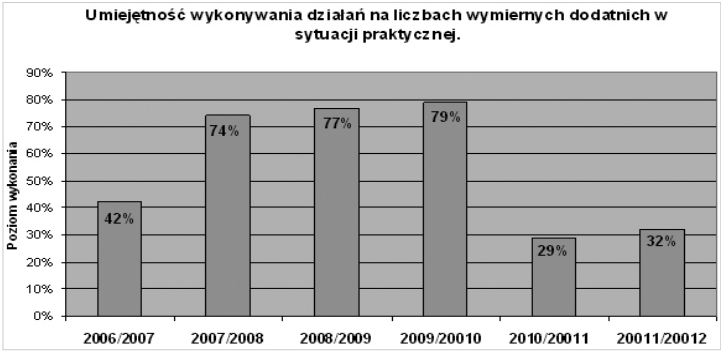
	2003-2006	2006/2007	2007/2008	2008/2009	2009/2010	2010/2011	2011/2012
Liczba uczniów	3829	8385	6358	4868	5739	6377	5790
Procentowy udział szkół	-	63%	47%	45%	53%	58%	58%
Procent wykonania testu	-	45%	48%	43%	40%	45%	54%

Poniżej przedstawiono charakterystykę wybranych zadań ze sprawdzianu diagnozującego „Matematyka na starcie w gimnazjum" w roku szkolnym 2011/2012 w porównaniu z latami poprzednimi. Podobnie jak w poprzednim typie sprawdzianu wybrane umiejętności badane są dla całego okresu bez względu na zmiany podstaw programowych. Na przykład:

Zadanie. Oblicz wartość wyrażenia: 3,4 - 0,4 :0,2 =



Zadanie. Adam kupił spodnie za 165 zł i koszulkę trzy razy tańszą od spodni. Ile zapłacił za zakupy?



Podsumowanie wyników „Matematyka na starcie w gimnazjum" dla uczniów Warszawy

W roku szkolnym 2011/12 test okazał się dla uczniów *umiarkowanie trudny*. Łatwość zestawu wynosiła 0,54 (poprawa wyników w stosunku do roku szkolnego 2010/11). Zwiększeniu uległa wartość średniej arytmetycznej, mediany. Na uwagę zasługuje także duży wzrost modalnej (z 8 do 19 punktów). Najwyższy wynik wyniósł 24 punkty, a najniższy 0 punktów. Błąd standardowy był równy 0,49, a współczynnik rzetelności 0,97. Na podstawie analizy wartości współczynnika poziomu wykonania danej umiejętności okazało się, że diagnoza zawierała 6 zadań *trudnych*, 3 zadania *umiarkowanie trudne* i 3 zadania łatwe. Żadne zadanie nie zostało zakwalifikowane jako *bardzo trudne* ani *bardzo łatwe*.

Umiejętności, które sprawiły uczniom trudność to:

- wykonywanie działań na liczbach wymiernych,
- stosowanie skali w sytuacji praktycznej,
- wykorzystywanie zależności droga, prędkość, czas,
- stosowanie własności kątów w czworokącie,
- obliczanie pola powierzchni figury płaskiej w sytuacji praktycznej,
- obliczanie objętości prostopadłościanu.

Umiejętności dobrze opanowane przez uczniów:

- stosowanie porównania różnicowego w zadaniu tekstowym,
- wykonywanie działań w sytuacjach praktycznych,
- wykonywanie obliczeń zegarowych.

Najlepiej uczniowie poradzili sobie z zadaniami geometrycznymi (współczynnik łatwości 0,59), nieco słabiej wypadły umiejętności rachunkowe (0,56) i zastosowanie wiadomości w sytuacjach praktycznych (0,51). Uczniowie dobrze sobie radzą ze stosowaniem metod matematycznych do rozwiązywania zadań typowych (współczynnik łatwości 0,67). Dość dobrze wypadło wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności (0,55). Największą trudność sprawiało uczniom wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności (0,49).

Wykorzystanie wyników diagnozy przez nauczycieli klasy pierwszej gimnazjum

Wykorzystanie diagnozy do dostosowania metod nauczania do poziomu wiedzy, umiejętności i możliwości uczniów przedstawimy na przykładzie konkretnej klasy.

Wyniki ogólne diagnozy badanej klasy (IB) - liczba uczniów: 25, odchylenie standardowe: 5,78, wariancja: 33,38, wynik najwyższy (x_{max}): 24, wynik najniższy (x_{min}): 0. Diagnoza dla uczniów tej klasy okazała się *trudna*. Łatwość zestawu 0,41 okazała się dużo niższa od średniego wyniku dla Warszawy (0,54). Średnia arytmetyczna testu dla tej klasy wyniosła 9,72, stanowi to około 75% średniej obliczonej dla uczniów z całej Warszawy. Najczęściej spotykanym wynikiem diagnozy było 9 punktów (ponad dwukrotnie mniej niż wynosiła modalna dla Warszawy (19 punktów).

W klasie IB 36% uczniów (9 osób) ma duże braki w wiedzy i umiejętnościach matematycznych. Dla uczniów tych zostały zorganizowane dodatkowe zajęcia wyrównawcze. Uczniowie ci wymagają dokładnego powtórzenia umiejętności określonych w podstawie programowej dla szkoły podstawowej. Rozpoczęcie każdego tematu będącego kontynuacją materiału ze szkoły podstawowej powinno być poprzedzone lekcją wyrównawczą.

Trzech uczniów jest dobrze przygotowanych do nauki matematyki w gimnazjum. Dla tych uczniów wskazane jest opracowanie dodatkowych zadań na lekcje.

Pozostali uczniowie (13) mają luki w wiedzy i umiejętnościach matematycznych, należy sprawdzić, w których dziedzinach występują one najliczniej.

Umiejętności, które nie zostały opanowane (współczynnik łatwości <0,3):
- *stosowanie porównania różnicowego,*
- *stosowanie działań w sytuacjach praktycznych,*
- rozpoznawanie i nazywanie figur przestrzennych,
- *wykonywanie prostych obliczeń zegarkowych.*

Trzy z tych umiejętności (zaznaczone kursywą) okazały się łatwe dla „średniego" ucznia warszawskiego.

Umiejętności słabo opanowane przez uczniów klasy IB:
- działania na liczbach wymiernych,
- stosowanie skali w sytuacji praktycznej,
- stosowanie własności kątów w czworokącie.

W tym obszarze stopień opanowania umiejętności przez uczniów klasy IB jest podobny do wyników ogólnowarszawskich.

W klasie IB nie było żadnej umiejętności, dla której współczynnik poziomu wykonania byłby wyższy od 0,75. Uczniowie słabo opanowali badane kompetencje:
D - wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności - 0,39,
Z - wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności - 0,44,
M - stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań praktycznych i typowych - 0,4.

Uczniowie osiągnęli słabe wyniki przy rozwiązywaniu zdań podtestu *Rachunk*i (0,36) i *Geometria* (0,32). Nieco lepiej wypadła rozwiązywalność zdań zaliczanych do podtestu *Zastosowanie umiejętności matematycznych w sytuacjach praktycznych* (0,48). Wszystkie wyniki uczniów klasy IB okazały się niższe od średnich dla Warszawy.

Duży procent uczniów klasy IB nie podjął próby rozwiązania problemu. Dla wszystkich zadań jest on wysoki, waha się od 8% do 24%. Największy procent uczniów nie podjął próby rozwiązania zadania dotyczącego; porównania różnicowego, rozpoznawania figur przestrzennych i obliczania pola powierzchni figury płaskiej w sytuacji praktycznej.

Na podstawie wyników diagnozy zostały sformułowane zalecenia dla klasy IB:
- zorganizować zajęcia wyrównawcze dla uczniów, którzy osiągnęli najniższe wyniki,
- doskonalić umiejętności czytania i słuchania ze zrozumieniem,
- opracować zestawy dodatkowych zadań domowych o wolno wzrastającym stopniu trudności,
- wprowadzić system nagród (np. plusy) motywujących uczniów, którzy starają się uzupełnić zaległości,
- stosować czynnościowe nauczanie matematyki,
- wprowadzić na lekcjach metody aktywizujące, gdyż słabe wyniki są także związane z małą aktywnością ucznia na lekcji,
- przygotować dodatkowe zadania dla „dobrych" uczniów, angażować ich w tok lekcji.

W trakcie realizacji programu nauczania:
- podczas lekcji powtórzeniowych ćwiczyć zadania z działów programowych, z którymi uczniowie mieli problemy w teście kompetencji,
- stosować porównanie różnicowe i ilorazowe w sytuacjach praktycznych i zabawach matematycznych,
- wykonywać nieskomplikowane obliczenia na liczbach wymiernych,
- rozwijać wyobraźnię przestrzenną np. poprzez ćwiczenia praktyczne w nauce geometrii,

Podsumowanie wyników „Na półmetku w gimnazjum"- dla uczniów Warszawy

Test badał półtoraroczny przyrost wiedzy gimnazjalistów. W roku szkolnym 2011/12 test okazał się dla uczniów *trudny*. Łatwość zestawu wynosiła 0,46 (niewielka poprawa wyników w stosunku do diagnozy „Na starcie'2010" - 0,45). Zwiększeniu uległa wartość średniej arytmetycznej (z 10,8 na 11,08) oraz modalna (z 8 do 10 punktów). Najwyższy wynik wyniósł 24 punkty, a najniższy 0 punktów. Błąd standardowy był równy 0,56 („Na starcie' 2010" - 0,59), a współczynnik rzetelności 0,97 („Na starcie'2010" - 0,98).

Diagnoza zawierała 6 zadań *trudnych* dla uczniów („Na starcie'2010"- 7) i 6 zadań *umiarkowanie trudnych* („Na starcie'2010" - 4). Umieszczone w diagnozie zadania nie były dla uczniów *bardzo trudnymi* ani łatwymi („Na starcie'2010" - 1) oraz *bardzo łatwymi*.

Umiejętności, które sprawiły uczniom trudność to:
- przekształcanie wzorów (0,28),
- umiejętność logicznego myślenia („zadanie z wiekiem") (0,27),
- wykonywanie działań na pierwiastkach (0,30),
- opisywanie własności figur płaskich (0,31) („Na starcie'2010" - 0,20),
- przedstawianie wyrażenia algebraicznego w najprostszej postaci (0,39),
- rozwiązywanie zadania tekstowego z wykorzystaniem własności prostopadłościanu (0,38) („Na starcie'2010" - 0,28).

Umiejętnościami dobrze opanowanymi okazały się:
- wykonywanie działań na liczbach wymiernych (0,57) („Na starcie'2010" - 0,29),
- wykonywanie działań na potęgach (0,57),
- rozwiązywanie prostych równań (z ułamkami dziesiętnymi) (0,56),
- rozwiązanie zadania praktycznego (obniżka, podwyżka) związanego z obliczeniami procentowymi (0,65),
- rozwiązywanie zadania P/F z wykorzystaniem zależności między kątami w trójkącie (0,62),
- rozwiązywanie zadania P/F z wykorzystaniem zależności między wyrażeniami algebraicznymi (0,65).

Przy porównaniu wyników diagnozy dla tej samej populacji okazało się, że uczniowie lepiej poradzili sobie z zdaniami rachunkowymi (współczynnik łatwości 0,48 - przyrost o 4 p.p.) oraz zadaniami z geometrii (współczynnik łatwości 0,43 - przyrost o 9 p.p.), słabiej wypadło zastosowanie umiejętności w sytuacjach praktycznych (współczynnik łatwości 0,46 - spadek o 11 p.p.).

Wzrost umiejętności nastąpił również przy stosowaniu metod matematycznych do rozwiązywania zadań typowych i praktycznych (współczynnik łatwości 0,48 - przyrost o 3 p.p.). Rozumienie wiadomości utrzymuje się na podobnym poziomie (współczynnik łatwości 0,46 - spadek o 1 p.p.).

Lepiej wypadło również wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności (współczynnik łatwości 0,45 - przyrost o 6 p.p.), nieco słabiej wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności (współczynnik łatwości 0,51 - spadek o 2 p.p.) oraz stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań typowych i praktycznych (współczynnik łatwości 0,45 - spadek o 3 p.p.).

Wykorzystanie wyników diagnozy przez nauczycieli klasy drugiej gimnazjum

Wykorzystanie diagnozy do dostosowania metod nauczania do poziomu wiedzy, umiejętności i możliwości uczniów przedstawimy na przykładzie konkretnej klasy.

Wyniki ogólne diagnozy badanej klasy przedstawia tabela 3.

Klasa IIA - 2012 r. (IA - 2010 r.)	„Na półmetku ’2012”	„Na starcie ’2010”
Liczba uczniów	25	26
Łatwość zestawu	0,49	0,48
Średnia arytmetyczna testu	11,76	11,54
Mediana	12	11
Modalna	19	14
Wynik najwyższy (x_{max})	22	22
Wynik najniższy (x_{min})	3	2
Rozstęp wyników (R)	19	20

Diagnoza dla uczniów klasy IIA okazała się dla uczniów *trudna*. Uczniowie osiągnęli wynik wyższy (0,49) od średniego wyniku dla Warszawy (0,46) i porównywalny z wynikiem początkowym (0,48). Średnia arytmetyczna dla tej klasy wyniosła 11,76 i jest o 0,68 większa od średniej obliczonej dla uczniów z całej Warszawy oraz o 0,22 wyższa niż na początku nauki w gimnazjum. Najczęściej spotykanym wynikiem diagnozy było 19 punktów (na początku kl. I - 14), więcej niż wynosiła modalna dla m.st. Warszawy (10 punktów).

W klasie IIA 28% uczniów (7 osób) nadal ma duże braki w wiedzy i umiejętnościach matematycznych. Dla uczniów tych są organizowane dodatkowe zajęcia wyrównawcze. W klasie IA było 35% uczniów (9 osób), którzy wymagali dokładnego powtórzenia umiejętności i wiedzy określonych w podstawie programowej dla szkoły podstawowej. Rozpoczęcie każdego tematu będącego kontynuacją materiału ze szkoły podstawowej było poprzedzone lekcją powtórzeniową.

W klasie IIA 20% uczniów (5 osób) ma dobrze opanowaną wiedzę i umiejętności matematyczne. Dla tych uczniów są opracowywane dodatkowe zadania na lekcję. W klasie IA zdiagnozowano 15,4% uczniów (4 osoby) dobrze przygotowanych do nauki matematyki w gimnazjum.

Pozostali uczniowie klasy IIA (13) w dalszym ciągu mają niewielkie luki w umiejętnościach matematycznych, należy więc dalej pomagać im w uzupełnianiu wiedzy.

Umiejętności, które nie zostały opanowane przez uczniów klasy IIA (współczynnik łatwości <0,3):
- przekształcanie wzorów (0,16), Warszawa (0,28).

W tym obszarze stopień opanowania umiejętności przez uczniów klasy IIA jest niższy od wyników ogólnowarszawskich.

Umiejętności słabo opanowane przez uczniów klasy IIA:
- wykonywanie działań na potęgach (0,42), Warszawa (0,57),
- wykonywanie działań na pierwiastkach (0,30), Warszawa (0,30),
- opisywanie własności figur płaskich (0,38), Warszawa (0,31),
- stosowanie własności prostopadłościanu w zadaniu tekstowym (0,38), Warszawa (0,38),

- wykazywanie się umiejętnością logicznego myślenia (0,38), Warszawa (0,27).

W tym obszarze stopień opanowania umiejętności przez uczniów klasy IIA jest poziomie podobnym do wyników ogólnowarszawskich.

W klasie IIA nie było żadnej umiejętności, dla której współczynnik poziomu wykonania byłby większy od 0,75, jednak były umiejętności o współczynniku większym od 0,70:

- rozwiązywanie zadania P/F z wykorzystaniem zależności między kątami w trójkącie (0,72), Warszawa (0,62),
- rozwiązywanie zadania P/F z wykorzystaniem zależności między wyrażeniami algebraicznymi (0,74), Warszawa (0,65).

W tym obszarze stopień opanowania umiejętności przez uczniów klasy IIA jest wyższy od wyników ogólnowarszawskich.

Po porównaniu obecnych wyników z uzyskanymi półtora roku wcześniej okazało się:

- uczniowie lepiej opanowali badane kompetencje:

D - wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności - 0,47 (wcześniej - 0,34).

- uczniowie gorzej opanowali badane kompetencje:

Z - wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności - 0,58 (wcześniej - 0,61),
M - stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań praktycznych i typowych - 0,43 (wcześniej - 0,55) - wynik niższy niż Warszawa (0,45).

- uczniowie lepiej opanowali badane podtesty:

R - Rachunki (0,50) (wcześniej - 0,47)
G - Geometria (0,49) (wcześniej - 0,39)

- uczniowie gorzej opanowali badane podtesty:

T - Zastosowanie umiejętności matematycznych w sytuacjach praktycznych (0,47) (wcześniej - 0,57).

- uczniowie lepiej opanowali badane kategorie celów:

C - stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych (0,49) (wcześniej - 0,47)

- uczniowie gorzej opanowali badane kategorie celów:

B - rozumienie wiadomości (0,55) (wcześniej - 0,62).

Prawie wszystkie wyniki uczniów klasy IIA okazały się wyższe od średnich wyników dla Warszawy. Duży procent uczniów klasy IIA nie podejmował próby rozwiązania zadania.

Dla 8 zadań z 12 występujących w teście procent braku wyboru jest wysoki i waha się od 8% do 52%. 13 uczniów nie podjęło próby rozwiązania zadania dotyczącego wykonania działań na pierwiastkach, 9 uczniów nie podjęło próby rozwiązania zadania wymagającego zastosowania własności prostopadłościanu, 8 uczniów nie podjęło próby rozwiązania zadania dotyczącego umiejętności przekształcania wzorów.

Na podstawie wyników diagnozy sformułowano zalecenia dla klasy IIA:

- kontynuować zajęcia wyrównawcze oraz w dalszym ciągu motywować uczniów do uzupełniania zaległości w nauce;
- zwracać dużą uwagę na doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem, wyciągania wniosków, tworzenia schematu rozwiązania, wykrywania i zapisywania zależności (spadek stopnia opanowania kompetencji o 3 p.p.);
- opracować zestawy powtórzeniowych zadań domowych obrazujących wykorzystanie wiedzy w praktyce (ta kompetencja wypadła gorzej niż wynik średni dla Warszawy);
- urozmaicać prace domowe poprzez stosowanie multimediów, testów internetowych;
- stosować czynnościowe nauczanie matematyki, ponieważ stopień rozumienia wiadomości jest niższy niż na starcie;
- kontynuować pracę metodami aktywizującymi pobudzającymi aktywność ucznia na lekcji;
- indywidualizować pracę z uczniami, jeszcze w większym stopniu angażować ich w tok lekcji.

W trakcie realizacji programu nauczania:

- utrwalać zasady przekształcania wzorów nie tylko podczas lekcji matematyki, ale także innych przedmiotów;
- ćwiczyć sprawność rachunkową u uczniów;
- przy rozwiązywaniu zadań z geometrii zwracać uwagę na poprawne opisywanie własności figur płaskich, własności brył oraz znajomość wzorów;
- doskonalić umiejętność rozwiązywanie zadań tekstowych wymagających od ucznia logicznego myślenia, uzasadniania swoich decyzji;
- systematyczne powtarzać wiadomości i umiejętności z zakresu podstawowego.

Warszawskie testy kompetencji mają zasłużoną renomę wśród nauczycieli matematyki. Wspierają integrację środowiska nauczycielskiego, wspomagają systematyczne doskonalenie zawodowe pedagogów, doskonalona jest umiejętność analizowania podstawy programowej. Podczas warsztatów, sesji wypracowywane są metody rozbudzania u uczniów twórczego podejścia do matematyki. Po szczegółowej analizie umiejętności zespołu klasowego i porównaniu osiągniętych przez uczniów wyników na tle szkoły, dzielnicy, populacji warszawskiej nauczyciele są inspirowani do modyfikacji programów, tak by swoimi umiejętnościami i zaangażowaniem przyczyniać się do rozbudzania pasji matematycznej oraz poszerzać horyzonty wiedzy wśród swoich wychowanków.