dr Jacek Stańdo
Politechnika Łódzka

Klasyfikacja efektów uczenia się w dziedzinie poznawczej z zastosowaniem logiki rozmytej

Wprowadzenie

Jednym z ważniejszych celów nauki jest klasyfikacja. Polega ona na podziale zbioru ze względu na wskazaną własność. Termin „taksonomia" w jednym ze swoich znaczeń jest synonimem terminu „klasyfikacja". Początkowo stosowany był w odniesieniu do opisu gatunków, ich nazywaniu i włączaniu w układ systematyczny zwierząt i roślin, a potem zakres odniesienie uległ generalizacji[1]. W artykule zaproponujemy nową metodę do klasyfikowania efektów uczenia się i walidacji.

Taksonomia Blooma

Obecnie w szkolnictwie, obok taksonomii Bolesława Niemierki (2021), stosowana jest taksonomia celów kształcenia Benjamina Blooma (1956). Bloom zakłada trzy dziedziny celów: poznawczą, psychomotoryczną i emocjonalną. Najczęściej używaną, która zostanie omówiona, jest część poznawcza. W odniesieniu do sfery poznawczej mamy następujący podział:

- wiedza,
- zrozumienie,
- zastosowanie,
- analiza,
- synteza,
- ocena.

W latach dziewięćdziesiątych Anderson i Krathwohl (2001) zmodyfikowali pierwotną taksonomię.

Opis zmodyfikowanej kategorii taksonomii w odniesieniu do matematyki (Stańdo, 2019):

- *(A_1) Zapamiętanie*

Definiuje, przywołuje: nazwę obiektu matematycznego, twierdzenie, własność, aksjomat. W tej kategorii wymagane jest także elementarne zrozumienie. Wiedza wymaga przedstawienia faktu, bez poznania przyczyny czy wpływu na inne sytuacje.

- *(A_2) Zrozumienie*

Interpretuje, klasyfikuje, obrazuje, wyjaśnia: obiekty matematyczne, definicje, twierdzenia, własności, hipotezy. Wiedza odnosząca się do innych obiektów, odnosząca się do pytań: Jak to działa? Jakie są podstawowe różnice między obiektami?

[1] Protokół dostępu: https://sjp.pwn.pl/slowniki/taksonomia.html [styczeń 2021].

- *(A_3) Zastosowanie*

Wykorzystuje do rozwiązania problemu: obiekty matematyczne, definicję, twierdzenie, własność, aksjomat. Wykonuje obliczenia, konstrukcje. Przedstawia przybliżone rozwiązania.

- *(A_4) Analizowanie*

Porównuje, kwalifikuje: obiekty matematyczne, definicje, twierdzenia, własności, aksjomaty. Rozpoznaje, dekomponuje problem na części składowe. Identyfikuje powiązania obiektów, porównanie cech obiektów.

- *(A_5) Ocenianie*

Ocenia, dyskutuje w zakresie poprawności konstrukcji obiektu matematycznego, definicji, prawdziwości twierdzenia, hipotezy, własności. Zaprzecza tezie. Ocenia szacowane wyniki. Pozwala odpowiedzieć na pytania: Jak ocenić obiekty? Jak dokonać wyboru obiektu? Jaką podjąć decyzję? Jak być obiektywnym w wyborze?

- *(A_6) Tworzenie*

Tworzy nowe: obiekty matematyczne, problemy, definicje, twierdzenia, własności, aksjomaty. Wprowadza nowe teorie. Tworzy nowe powiązania relacyjne, integruje różne dziedziny, np. fizykę, chemię i matematykę.

Wprowadzenie do logiki rozmytej

Za twórcę teorii zbiorów rozmytych i logiki rozmytej uważa się Lotfiego A. Zadeha (1965). Systemy rozmyte służą do prezentowania informacji niekonkretnych, niejednoznacznych, nieścisłych. Umożliwiają one opisanie modeli, które nie są teoriami klasycznymi mieszczącymi się w zakresie logiki dwuwartościowej. Systemy rozmyte stosujemy tam, gdzie nie mamy wystarczającej wiedzy na jej temat lub jest niemożliwe jednoznaczne jego sformułowanie.

Przykład 1. W logice klasycznej powiemy: „Jest chory lub zdrowy". W logice rozmytej powiemy, że nie ma temperatury, ma stan podgorączkowy, ma gorączkę.

Definicja. Zbiorem rozmytym nazywamy zbiór par uporządkowanych

$$A=\{(X,\mu_A(x)):x \in X\}$$

gdzie $\mu_A:1 \rightarrow [0,1]$ jest tzw. funkcją przynależności, która każdemu elementowi przypisuje stopień przynależności.

Rozróżniamy trzy przypadki przynależności:

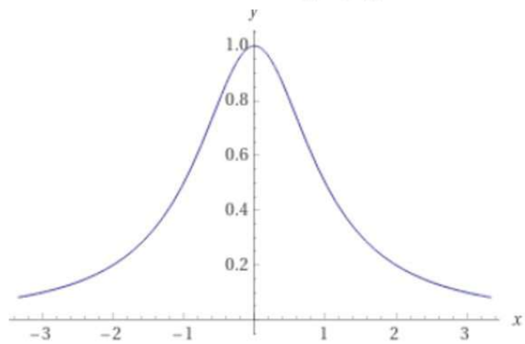
1. Jeśli $\mu_A(x) = 1$, wtedy element x w pełni należy do zbioru A.
2. Jeśli $\mu_A(x) = 0$, wtedy element x w pełni nie należy do zbioru A.
3. Jeśli $0 < \mu_A(x) < 1$, wtedy element x w części należy do zbioru A.

Niech $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ będzie skończonym zbiorem, μ_A funkcją przynależności. Wówczas zbiór rozmyty zapisujemy symbolicznie:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_a(x_i)}{x_i}$$

Przykład 2. Niech X będzie zbiorem liczb rzeczywistych. Niech A oznacza „zbiór liczb bliskich liczbie 0". Przyjmijmy, że funkcję przynależności dana jest wzorem (rys. 1):

$$\mu_A(x) = \frac{1}{x^2+1}$$



Rysunek 1. Funkcja przynależności

Zauważmy, że $\mu_A(0) = 1$. Zatem, $x = 0$ wpełni należy do zbioru A. Natomiast $\mu_A(100) \approx 10^{-4}$. Stąd, $x = 100$ w „bardzo małej części" należy do zbioru A.

Przykład 3. Niech $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ będzie zbiorem ocen szkolnych. Oznaczmy przez A „zbiór liczb bliskich ocenie 6". Przyjmijmy, że funkcja przynależności dana jest wzorem:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{|x-6|+1}$$

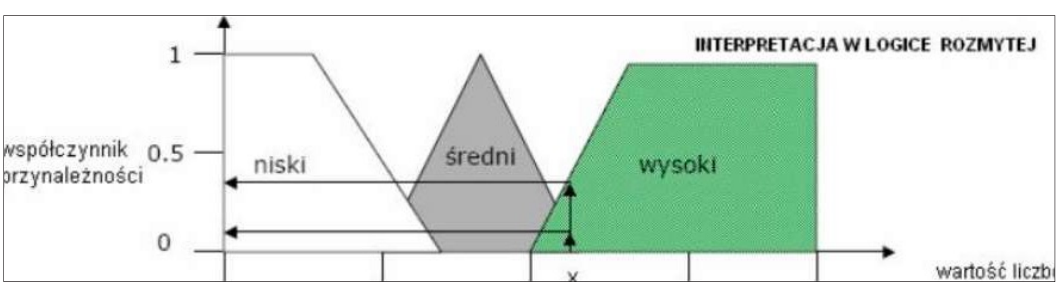
Wtedy zapiszemy symbolicznie:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_a(x_i)}{x_i} = \frac{0.17}{1} + \frac{0.20}{2} + \frac{0.25}{3} + \frac{0.33}{4} + \frac{0.50}{5} + \frac{1.00}{6}$$

Efekty uczenia się w logice rozmytej

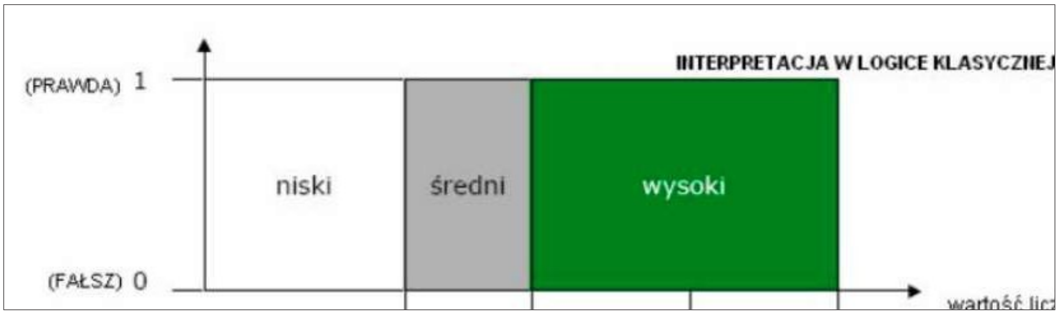
Niech $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ będzie n-elementowym zbiorem, gdzie x_i są ustalonymi efekty uczenia się. Niech A_i, dla $i = 1,2,\ldots,5,6$ oznacza zbiór „bliski i-tej kategorii Blooma". Przykładowo, A_3 to „zbór bliski kategorii zastosowanie".

W praktyce funkcję przynależności efektu uczenia się do kategorii Blooma możemy zbudować jako subiektywne działanie eksperta. Funkcja będzie oparta na poniższym modelu (rys. 2).



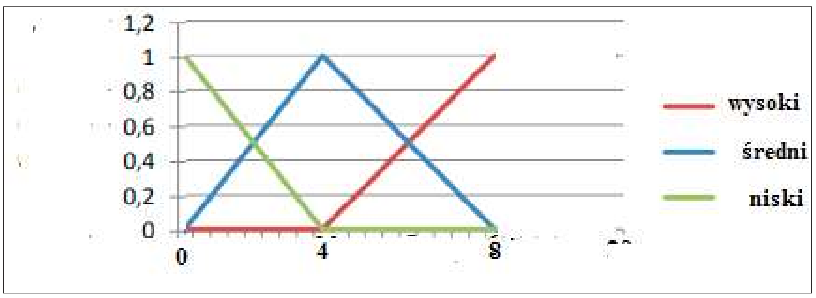
Rysunek 2. Interpretacja w logice rozmytej

W klasycznym ujęciu problem byłby rozpatrywany w kategoriach: przynależność niska, średnia, wysoka lub bardziej ogólnie należy, nie należy (rys. 3).



Rysunek 3. Interpretacja w logice klasycznej

Zbudujmy funkcję przynależności dla wybranego zbioru[2].



Rysunek 4. Funkcja przynależności. Źródło: opracowanie własne.

Określmy ich wzory:

$$\mu_N(x) = \begin{cases} \frac{-x+4}{4} & x \in [0,4] \\ 0 & x \in (4,8] \end{cases} \quad \mu_{\acute{S}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & x \in [0,4] \\ \frac{-x+8}{4} & x \in (4,8] \end{cases} \quad \mu_w(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0,4] \\ \frac{x-4}{4} & x \in (4,8] \end{cases}$$

gdzie $\mu_N : x \to [0,1]$ funkcją przynależności do zbioru *N*- niski, $\mu_S : x \to [0,1]$ funkcją przynależności do zbioru *N*- średni, $\mu_W : x \to [0,1]$ funkcją przynależności do zbioru *N*- wysoki.

Interpretacja wybranych efektów uczenia się

Procedura postępowania:

1. Wskaż efekt uczenia się.
2. Wybierz kategorię taksonomii Blooma.
3. Określ jego przystosowanie, wskazując argument funkcji.
4. Wyznacz wartości przystosowania.

[2] Opracowanie własne.

Przykład 4. Podstawa programowa przedmiotu matematyka

Efekt uczenia się[3]: zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)

W tabeli 1 opisano efekt uczenia się, z przypisaną kategorią taksonomii Blooma.

Tabela 1. Efekt uczenia się: zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa

Taksonomia Blooma		Funkcja przystosowania			
		argument	wartość		
Nazwa kategorii	nazwa zbioru	X	niski	średni	wysoki
Zapamiętanie	A_1	9	0	0	1
Zrozumienie	A_2	5	0	0,75	0,25
Zastosowanie	A_3	8	0	0	1
Analizowanie	A_4	1	0,75	0,25	0
Ocenianie	A_5	5	0	0,75	0,25
Tworzenie	A_6	1	0,75	0,25	0

Źródło: opracowanie własne.

Przykład 5. Podstawa programowa przedmiotu geografia

Efekt uczenia się[4]: interpretuje dane liczbowe przedstawione w postaci tabel i wykresów.

W tabeli 2 opisano efekt uczenia się, z przypisaną kategorią taksonomii Blooma.

Tabela 2. Efekt uczenia się: interpretuje dane liczbowe przedstawione w postaci tabel i wykresów

Taksonomia Blooma		Funkcja przystosowania			
		argument	wartość		
Nazwa kategorii	nazwa zbioru	X	niski	średni	wysoki
Zapamiętanie	A_1	0	1	0	0
Zrozumienie	A_2	5	0	0,75	0,25
Zastosowanie	A_3	8	0	0	1
Analizowanie	A_4	8	0	0	1
Ocenianie	A_5	8	0	0	1
Tworzenie	A_6	1	0,75	0,25	0

Źródło: opracowanie własne.

[3] Podstawa programowa z matematyki, Dz.U. 2021 poz. 1533.

[4] Podstawa programowa z geografii, Dz.U. 2021 poz. 1533.

Przykład 6. Podstawa programowa przedmiotu geografia

Efekt uczenia się[5]: wyróżnia cechy główne typów gleb strefowych i niestrefowych, wyjaśnia ich rozmieszczenie na Ziemi.

W tabeli 3 opisano efekt uczenia się, z przypisaną kategorią taksonomii Blooma.

Tabela 3. Efekt uczenia się: wyróżnia cechy główne typów gleb strefowych i niestrefowych, wyjaśnia ich rozmieszczenie na Ziemi

Taksonomia Blooma		Funkcja przystosowania			
		argument	wartość		
Nazwa kategorii	nazwa zbioru	X	niski	średni	wysoki
Zapamiętanie	A_1	8	0	0	1
Zrozumienie	A_2	8	0	0	1
Zastosowanie	A_3	2	0,50	0,50	0
Analizowanie	A_4	8	0	0	1
Ocenianie	A_5	8	0	0	1
Tworzenie	A_6	0	1	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Zakończenie

Wśród nauczycieli zostało przeprowadzony badanie. Przebiegało ono dwuetapowo. W pierwszym etapie została pogłębiona i uzupełniona wiedza w zakresie taksonomia Blooma oraz podstawy programowej. W drugim etapie nauczyciele zostali poproszenie o przypisanie poszczególnych efektów uczenia się zawartych w podstawie programowej do odpowiedniej kategorii taksonomii Blooma. Wniosek z przeprowadzonego badania przedstawiony przez nauczycieli: „nie da się jednoznacznie przypisać kategorii Blooma do poszczególnych efektów uczenia się". Zatem zaproponowany model, w którym stosuje się logikę rozmytą, może być odpowiedzią na stawiany problem.

Literatura

Bloom B. (Ed.), Engelhart, M.D., Furst, E.J., Hill, W.H., Krathwohl, D.R. 1956. *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain*. New York: David McKay Co Inc.

Krathwohl D.R. 2002. A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview, Theory Into Practice, 41(4), 212264.

Niemierko B. 2021. Diagnostyka edukacyjna, Wydawnictwo Naukowe PWN.

Stańdo J. 2019. Trajektorie i walidacja efektów uczenia się w kontekście Polskiej Ramy Kwalifikacji, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.

Zadeh, L.A. Fuzzy Sets and Systems 1965. In *System Theory*; Microwave Research Institute Symposia Series XV; Fox, J., Ed.; Polytechnic Press: Brooklyn, NY, USA; pp. 29–37.

[5] Podstawa programowa z geografii, Dz.U. 2021 poz. 1533.