

Małgorzata Iwanowska

Centrum Innowacji Edukacyjnych i Szkoleń w Warszawie

Beata Wąsowska-Narojczyk

Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Warszawie

Jakie umiejętności matematyczne są trudniejsze do kształcenia w czasie nauczania zdalnego niż w czasie nauczania stacjonarnego?

Kraj bez matematyki nie wytrzyma współzawodnictwa z tymi,
którzy uprawiają matematykę.
Hugo Steinhaus (polski matematyk, 1887–1972)

I. Nauczanie zdalne a stacjonarne

W czerwcu 2020 r. zakończyliśmy badanie przeprowadzone wśród nauczycieli matematyki szkół podstawowych i gimnazjalnych na Mazowszu „Zdalne nauczanie matematyki w dobie koronawirusa. Raport z dwóch pierwszych miesięcy nauczania zdalnego w województwie mazowieckim”. W raporcie tym został przedstawiony stopień przygotowania do nauczania zdalnego w momencie ogłoszenia nauczania zdalnego przez MEN, rodzaj i źródła wsparcia w zakresie wprowadzania nauczania zdalnego oraz ocenę stopnia przygotowania uczniów (zdaniem nauczycieli) do dalszej nauki (w tym do egzaminu maturalnego i egzaminu ósmoklasisty).

Niestety, pandemia utrzymywała się przez cały rok szkolny 2020/21. Nauczyciele podnosili swoje kwalifikacje w zakresie kształcenia zdalnego. Materiały dydaktyczne do kształcenia zdalnego były powszechnie dostępne. Nauczyciele kupowali nowe komputery i instalowali na nich kompleksowe narzędzia do prowadzenia lekcji on-line oraz webinarów. Wyposażenie uczniów w sprzęt (komputer, drukarka), oprogramowanie do nauczania zdalnego oraz dostęp do internetu się poprawiło.

Jakość i efektywność nauczania zdalnego matematyki znacznie się podniosła w porównaniu z okresem, który obejmował zeszłoroczny referat. Powstało pytanie: w jakim stopniu efekty nauczania zdalnego pokrywają się z efektami kształcenia stacjonarnego?

Niniejszy artykuł jest próbą zastanowienia się nad problemami związanymi z przyrostem wiedzy i umiejętności matematycznych w warunkach nauczania zdalnego.

Badanie zostało przeprowadzone wraz z diagnozą umiejętności matematycznych uczniów z terenu Mazowsza w ramach realizacji projektu „Połowa drogi”. Celem projektu jest badanie rozwoju umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych oraz szkół ponadpodstawowych województwa mazowieckiego. Projekt rokrocznie cieszy się dużym zainteresowaniem wśród

nauczycieli matematyki (w roku szkolnym 2020/2021 zespół projektowy MSCDN przeanalizował wyniki diagnoz 3040 uczniów szkół podstawowych i ponadpodstawowych z terenu Mazowsza).

II. Pytania badawcze

Zostały sformułowane trzy podstawowe pytania badawcze mające na celu określenie, których umiejętności matematycznych efektywność nauczania zmniejszyła się w warunkach nauczania zdalnego oraz jakie są tego przyczyny.

1. Które umiejętności matematyczne sprawiają uczniom trudności w ich nabywaniu i doskonaleniu?
2. Jakie mogą być przyczyny tych trudności?
3. Jakie są możliwości, w zdalnym nauczaniu matematyki, rozwijania postaw i umiejętności uniwersalnych?

III. Grupa badawcza

W badaniu wzięło udział 88 nauczycieli matematyki szkół podstawowych i ponadpodstawowych z województwa mazowieckiego. Badanie rozpoczęło się 1 kwietnia 2021 roku, zakończyło zaś 30 maja 2021 roku. Około 17% badanych stanowili nauczyciele szkół ponadpodstawowych, a 83% nauczyciele szkół podstawowych. Odpowiedzi udzielali głównie nauczyciele mający duże doświadczenie: 84% nauczycieli szkół podstawowych i 80% nauczycieli szkół ponadpodstawowych to nauczyciele dyplomowani oraz mianowani. Tylko odpowiednio 4,1% i 6,7% nauczycieli to stażyści.

Około 30% nauczycieli szkół podstawowych uczy w 5 klasach, 20% w 6–7 klasach, a 41% w 2–3 klasach. Około 20% nauczycieli szkół ponadpodstawowych uczy w 5 klasach, a 53% – w większej liczbie klas (od 6 do 10).

Z uwagi na liczbę ludności miejscowości, w której mieści się szkoła, grupę badawczą szkół podstawowych podzielono na trzy podgrupy:

- powyżej 20 000 mieszkańców – 50,7% nauczycieli
- od 5 000 do 20 000 mieszkańców – 21,9% nauczycieli
- poniżej 5 000 mieszkańców – 27,4% nauczycieli.

W szkołach w miejscowościach powyżej 20 tysięcy mieszkańców uczy 93,3% nauczycieli szkół ponadpodstawowych.

IV. Wyniki badań

Nauczyciele określali problemy związane z nauczaniem matematyki dla każdej klasy, w której uczyli w roku szkolnym 2020/2021. Aby nie sugerować żadnej odpowiedzi, wszystkie pytania były pytaniami otwartymi, bez ograniczenia długości wypowiedzi. Umiejętności wyliczane przez nauczycieli zostały pogrupowane zgodnie z układem treści nauczania w podstawie programowej, w kolejności od najczęściej wskazywanych.

1. Które umiejętności matematyczne sprawiają uczniom trudności w ich nabywaniu i doskonaleniu?

Poniżej przedstawiono zestawienie umiejętności, które stwarzają uczniom w szkole podstawowej trudności.

Szkoła podstawowa

W klasie IV:

rysowanie kątów, rysowanie trójkątów (w tym prostokątnych), rysowanie prostokątów i kwadratów o zadanych wymiarach, mierzenie kątów mniejszych niż 180° , opisywanie własności znanych wielokątów („geometria zdalnie to porażka”), mnożenie i dzielenie liczby naturalnej przez liczbę naturalną jednocyfrową lub dwucyfrową sposobem pisemnym, dodawanie i odejmowanie w pamięci liczb naturalnych.

Przykład zadania (zadanie ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej, <https://zpe.gov.pl/>):

Masz do dyspozycji 100 jednakowych prostokątów o wymiarach 2 cm i 3 cm. Z ilu takich prostokątów można ułożyć kwadrat? Wykonaj odpowiednie rysunki.

W klasie V:

rysowanie siatek prostopadłościanów, znajdowanie odległości punktu od prostej – rysowanie wysokości w trójkącie, obliczanie pól prostokątów, obliczanie pól trójkątów, obliczanie związków miarowych figur (np. wyznaczanie długości boków), wykonywanie działań na ułamkach zwykłych, zaznaczanie i odczytywanie ułamków zwykłych i dziesiętnych na osi liczbowej, znajomość i prawidłowe stosowanie jednostek długości i pola, czytanie ze zrozumieniem tekstów zawierających informacje liczbowe, analizowanie treści zadania tekstowego w celu dostrzeżenia zależności pomiędzy podanymi informacjami, ustalenie planu rozwiązania zadania tekstowego.

Przykład zadania (zadanie własne):

Narysuj 3 różne wysokości w trójkącie rozwartokątnym.

W klasie VI:

dokonywanie obliczeń z stosowaniem zależności między długościami krawędzi prostopadłościanu, jego polem powierzchni i objętością, przekształcanie wzorów z wykorzystaniem działań odwrotnych, rozwiązywanie równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, stosowanie równania przy rozwiązywaniu zadania tekstowego.

Przykład zadania (zadanie własne):

Grono pedagogiczne w pewnej szkole liczy 30 osób. Nauczycielek jest 4 razy więcej niż nauczycieli. Oblicz, ile jest nauczycielek, a ilu nauczycieli w tej szkole.

W klasie VII:

przekształcanie wyrażeń zawierających mnożenie, dzielenie i potęgowanie potęg, obliczanie pierwiastka z iloczynu lub ilorazu dwóch liczb, wyłączanie liczby przed znak pierwiastka, włączanie liczby pod znak pierwiastka, mnożenie i dzielenie pierwiastków tego samego stopnia, przeprowadzanie dowodów geometrycznych z wykorzystaniem własności figur.

Przykład zadania (zadanie własne):

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. W tym trójkącie poprowadzono wysokość AD. Wykaż, że $|\sphericalangle ACB| = 2 \cdot |\sphericalangle BAD|$.

W klasie VIII:

rysowanie graniastosłupów i ostrosłupów, wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa do obliczania elementów brył, np. wysokości ostrosłupa, długości przekątnej prostopadłościanu, wykorzystanie związków miarowych figur (np. wysokość trójkąta równobocznego) przy obliczaniu objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, rozwiązywanie zadań tekstowych (także z obliczeniami procentowymi), za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, niewymagana znajomość wzorów.

Przykład zadania (zadanie z egzaminu ósmoklasisty w roku 2021, CKE¹):

Ala kupiła trzy zeszyty i blok rysunkowy. Średnia arytmetyczna cen tych czterech artykułów była równa 6 zł. Zeszyty kosztowały łącznie 15 zł. Ile kosztował blok rysunkowy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 4 zł

B. 5 zł

C. 8 zł

D. 9 zł

Szkoła ponadpodstawowa

Poniżej przedstawiono zestawienie umiejętności, które stwarzają uczniom w szkole ponadpodstawowej trudności w zrozumieniu i opanowaniu.

W klasie I:

rysowanie wykresów i badanie własności funkcji liniowej, graficzne rozwiązywanie układu równań, działania na zbiorach, umiejętności z poziomu II etapu edukacyjnego: obliczanie wartości wyrażenia arytmetycznego i przekształcanie prostych wyrażeń algebraicznych, analizowanie treści zadania tekstowego w celu dostrzeżenia zależności pomiędzy podanymi informacjami.

Przykład zadania (zadanie z testu „Połowa drogi” w roku 2020):

Wartością wyrażenia $\frac{4}{9} - (0,2 + 1,8 \cdot \frac{4}{9}) : (-1\frac{1}{2})^3$ jest liczba:

A. $-\frac{40}{243}$.B. $-\frac{15}{8}$.C. $\frac{4}{27}$.D. $\frac{20}{27}$.

(324 uczniów: łatwość 0,31; frakcja opuszczeń 4,5%)

¹ CKE, Egzamin ósmoklasisty. Matematyka, 26 maja 2021 r.

W klasie II:

rysowanie wykresów i określanie własności funkcji kwadratowej, wykonywanie przesunięcia wykresu funkcji, rozwiązywanie zadań wykorzystujących własności figur płaskich i przestrzennych, zadania z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych, analizowanie równań i nierówności z parametrami.

Przykład zadania (zadanie z testu „Połowa drogi” w roku 2019 – poziom podstawowy):

Ośią symetrii wykresu funkcji kwadratowej f jest prosta o równaniu $x = -2$. Wykres ten przecina oś OY w punkcie o rzędnej -10 . Jednym z miejsc zerowych funkcji f jest liczba 1 . Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

(657 uczniów: łatwość 0,14; frakcja opuszczeń 43%)

W klasie maturalnej:

rozwiązywanie zdań z obszaru geometrii na płaszczyźnie, geometrii przestrzennej i geometrii analitycznej, posługiwanie się tablicami matematycznymi, gospodarowanie swoim czasem w kontekście przygotowania do egzaminu maturalnego.

Przykład zadania (egzamin maturalny z matematyki w roku 2021 – poziom podstawowy, CKE²):

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio - w punktach K i L . Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $3/2$. Oblicz długość boku trójkąta AKL .

2. Jakie mogą być przyczyny powyższych trudności?

Uczniowie klas **IV i V** nie mają dobrze wykształconych umiejętności manualnych – w nauce stacjonarnej nauczyciel pomaga im poprzez właściwe ułożenie przyborów w dłoni i udzielanie wskazówek przy rysowaniu na kartce papieru.

Dostęp do modeli figur pozwala na lepsze zrozumienie rysunków przedstawiających figury płaskie i bryły.

Obliczenia za pomocą kalkulatora (kamerka ucznia nie jest włączona) nie sprzyjają ćwiczeniu rachunku pamięciowego oraz pisemnego.

Analizowanie treści zadania tekstowego wymaga indywidualnego podejścia do każdego zadania. Nie wszystkie sformułowania i oparte na nich matematyczne zapisy są oczywiste dla ucznia – przy nauczaniu zdalnym nauczyciel ma mniejszą możliwość zauważenia, którzy uczniowie są tylko biernymi odbiorcami przekazu o sposobie rozwiązania zadania.

Uczniowie klas **VI, VII i VIII** mają, w nauczaniu zdalnym, mniej okazji do zweryfikowania przez nauczyciela poprawności ich zapisów w zeszytach. Jest to istotne zwłaszcza przy rysowaniu figur i zaznaczaniu na rysunkach

² CKE, Egzamin maturalny z matematyki. Poziom podstawowy, 5 maja 2021 r.

wskazanych elementów. Indywidualna pomoc potrzebna jest także przy określaniu własności wskazanej figury geometrycznej. Zastosowanie przez ucznia nieodpowiedniego wzoru (np. na pole powierzchni lub na objętość figury) skutkuje błędnym rozwiązaniem zadania pomimo poprawnie przeprowadzonego rozumowania. W nauczaniu stacjonarnym zwykle nie dochodzi do takiej sytuacji, ponieważ zadania tego typu są rozwiązywane często z wykorzystaniem pracy w grupie – uczniowie mogą wówczas wzajemnie uzupełniać swoje wiadomości i umiejętności, zauważać popełniane błędy.

Aby uzyskać biegłość w przekształcaniu wyrażeń algebraicznych i rozwiązywaniu równań, należy rozwiązać wiele przykładów. W nauczaniu zdalnym nauczyciele określili liczbę rozwiązywanych zadań jako niewystarczającą.

Przeprowadzanie dowodów geometrycznych wymaga uzasadniania słuszności rozumowań. Rozwiązywanie zadań tekstowych połączone jest z analizowaniem treści i ustaleniem sposobu rozwiązania. Umiejętności te wymagają dużego indywidualnego wsparcia udzielanego uczniowi, na co nie ma warunków w nauczaniu zdalnym (słabszy kontakt pomiędzy nauczycielem i uczniem).

W **szkole ponadpodstawowej** na wyniki nauczania ma wpływ różny stopień opanowania przez uczniów wiedzy i umiejętności w zakresie wymagań określonych w podstawie programowej z matematyki dla II etapu edukacyjnego. Nauczyciele wskazywali na słabe przygotowanie uczniów w obszarze obliczania wartości wyrażenia arytmetycznego i przekształcania prostych wyrażeń algebraicznych. Niedostatecznie opanowana umiejętność czytania ze zrozumieniem tekstu matematycznego i przeprowadzania rozumowania wydłuża czas rozwiązywania zadań tekstowych, zwłaszcza w nauczaniu zdalnym. Przyczyną jest fakt, że zdiagnozowanie przez nauczyciela problemów uczniów trwa dłużej (brak odbioru komunikatów niewerbalnych – niewłaściwe kamerki). Liczba rozwiązanych zadań na lekcji jest niewystarczająca dla ucznia z mniejszymi zdolnościami matematycznymi.

Rysowanie wykresu, badanie własności funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, wykonywanie przesunięcia wykresu funkcji, podawanie graficznego rozwiązania układu równań wymaga połączenia umiejętności matematycznych z wyobrażeniem przestrzennym opisywanych zależności. Podobnie jest przy rozwiązywaniu zadań wykorzystujących własności figur płaskich i przestrzennych. W nauczaniu stacjonarnym nauczyciel może sprawdzić w czasie lekcji zapisy w zeszytach każdego ucznia i udzielić mu indywidualnie wskazówek. W nauczaniu zdalnym najczęściej odbywa się to dopiero przy sprawdzaniu przesłanych rozwiązań, co jest mniej efektywnym sposobem nauczania.

W szkole ponadpodstawowej przy doskonaleniu umiejętności wykonywania działań na zbiorach, rozwiązywania zadań tekstowych i rozwiązywania zadań na dowodzenie często stosowane są metody aktywizujące, wykorzystujące pracę w zespołach. Nastąpiło ograniczenie stosowania tych metod w czasie nauczania zdalnego. Praca w grupie w warunkach nauczania stacjonarnego pozwala na dobrą komunikację pomiędzy jej członkami, która pozytywnie wpływa na wynik pracy grupy i rozwój umiejętności matematycznych uczniów.

Posługiwanie się tablicami matematycznymi jest trudne do wytłumaczenia bez bezpośredniego kontaktu nauczyciela z uczniami, stąd mniejsze umiejętności uczniów w tym zakresie niż uzyskiwane w nauczaniu stacjonarnym.

Atmosfera pracy w domu nie działa mobilizująco i motywująco na uczniów, dlatego mają oni problemy z optymalnym gospodarowaniem własnym czasem. Wpływa to na efektywność uczenia się, a w konsekwencji na poziom przygotowania do egzaminu maturalnego.

3. Jakie są możliwości, w zdalnym nauczaniu matematyki, rozwijania postaw i umiejętności uniwersalnych?

Przedmiotem badania było stwarzanie możliwości do rozwijania innowacyjności, samooceny, umiejętności pracy w grupie oraz wewnętrznej motywacji do nauki w warunkach zdalnego i stacjonarnego nauczania matematyki. Powyższe umiejętności i postawy wybrano z uwagi na ich duży wpływ na efektywność nauczania, a także przydatność podczas dalszych etapów nauki oraz pracy zawodowej.

W szkołach podstawowych, w warunkach nauczania zdalnego, nauczyciele najslabiej ocenili możliwości przeprowadzania lekcji z zastosowaniem pracy w grupie oraz stwarzanie sytuacji dydaktycznych sprzyjających kształtowaniu wewnętrznej motywacji do nauki. Wyniki pracy uczniów uzyskiwane w czasie pracy zespołowej były słabsze niż te uzyskiwane w nauczaniu stacjonarnym. Przy kształtowaniu wewnętrznej motywacji przeszkodą było indywidualne dotarcie do każdego ucznia.

Różnice w stopniu rozwoju postawy innowacyjnej oraz zdolności dokonywania samooceny nie zależą tak silnie od sposobu nauczania. Jednakże w obu przypadkach możliwości stwarzania odpowiednich sytuacji dydaktycznych podczas lekcji oraz osiągnięte rezultaty w kształtowaniu tych postaw są niższe w wyniku nauki zdalnej.



Rysunek 1. W jakim stopniu w czasie nauki zdalnej matematyki uczniowie rozwijają wskazane umiejętności/postawy w porównaniu z kształceniem stacjonarnym (SP)?

Źródło: badania własne.

W szkołach ponadpodstawowych najslabiej wypadła możliwość rozwijania podczas nauczania zdalnego wewnętrznej motywacji do nauki. Dla powstania i utrzymania motywacji wewnętrznej niezwykle ważne jest otrzymywanie

przez ucznia informacji zwrotnej dotyczącej podejmowanych przez niego działań i uzyskiwanych rezultatów. W trakcie nauczania zdalnego komunikacja ta jest ograniczona przez istniejące warunki. Wpływ ma tutaj także brak bezpośredniej obecności koleżanek i kolegów, możliwości współpracy i rywalizacji z nimi. Opisana powyżej sytuacja nie sprzyja konstruktywnej samoocenie.

Z powodu niewielkiej liczby lekcji, w czasie nauczania zdalnego, z wykorzystaniem pracy w grupach oraz bez indywidualnego udziału członków w aktywności grupy uczniowie nie mają właściwie wykształconej umiejętności współpracy.

Aby uczniowie mogli się wykazać innowacyjnością, musi zaistnieć odpowiednia sytuacja dydaktyczna. Innowacyjność to twórcze wykorzystanie kreatywnego myślenia. W edukacji matematycznej jest ona przydatna do rozwiązywania zadań problemowych. Podczas nauki zdalnej indywidualizacja nauczania jest ograniczona warunkami technicznymi co nie sprzyja kształtowaniu innowacyjności.



Rysunek 2. W jakim stopniu w czasie nauki zdalnej matematyki uczniowie rozwijają wskazane umiejętności/postawy w porównaniu z kształceniem stacjonarnym (SPP)?

Źródło: badania własne.

Wnioski

Na podstawie opisanych w niniejszym raporcie materiałów sformułowano następujące wnioski:

1. Najwięcej trudności sprawiają uczniom umiejętności związane z geometrią.
2. Przy wprowadzaniu wielu treści matematycznych potrzebna jest indywidualnieszkieowana do ucznia pomoc w trakcie omawiania danego tematu i rozwiązywania zadań.
3. Brak odpowiedniej pracy w grupie obniża efektywność nauczania.
4. Podczas pracy zdalnej maleje motywacja wewnętrzna uczniów, ich zdolność do samooceny i podejmowania działań innowacyjnych.

Bibliografia

- Bukowiecka-Górny E. *Kierunek 4. Rozwijanie kompetencji matematycznych uczniów*, Oficyna Lex, 14590_kierunek_4_rozwijanie_kompetencji_matematycznych_ucznialw.ppt (live.com) [dostęp: 15.07.2021].
- Centralna Komisja Egzaminacyjna, www.cke.gov.pl [dostęp: 15.07.2021].
- Juszczak S., *Edukacja na odległość. Kodyfikacja pojęć, reguł i procesów*, Multimedialna Biblioteka Pedagogiczna, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń 2002.
- Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie, www.oke.waw.pl [dostęp: 15.07.2021].
- Rozwijanie kompetencji matematycznych i podstawowych kompetencji naukowych i technicznych w projektach współpracy europejskiej. Przykłady dobrej praktyki w programie „Uczenie się przez całe życie”*, praca zbiorowa pod redakcją E. Kolasińskiej, FRSE, Warszawa 2010, rozw-komp-matemat-2010.pdf (frse.org.pl) [dostęp: 15.07.2021].
- Siemińska-Łosko A., *Rola portali edukacyjnych w procesie e-learningu*, w: B. Siemieniecki (red.), *Kształcenie na odległość w świetle badań i analiz*, Multimedialna Biblioteka Pedagogiczna, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń 2006.