

Karolina Kołodziej  
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

## **Kategoryzacja rozwiązań zadań otwartych części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego**

### **Wstęp**

Bardzo ważnym elementem systemu edukacyjnego jest umiejętność wykorzystania wyników egzaminów zewnętrznych do zwiększenia efektywności oddziaływań nauczycielskich. Dlatego istotne jest przekazywanie jak najszerszej informacji o sposobach rozwiązywania zadań przez uczniów oraz rodzajach popełnianych przez nich błędów. Daje to szansę na wzbogacenie zakresu komunikowania wyników egzaminów zewnętrznych, a w konsekwencji przyczyna się do podniesienia skuteczności nauczania/uczenia się.

Z punktu widzenia nauczyciela istotną sprawą jest nie tylko sumaryczny wynik, średnia klasy, poziom wykonania kolejnych zadań, ale przede wszystkim rodzaje błędów, jakie najczęściej popełniali jego wychowankowie. Trudno bowiem wyobrazić sobie tworzenie narzędzi dydaktycznych, a zwłaszcza naprawczych, bez świadomości źródła sukcesu lub niepowodzenia. Chodzi o dostarczenie uczącym materiału, który pozwoli zaplanować nauczanie kolejnych roczników w sposób niwelujący dotychczasowe niedociągnięcia.

Dla konstruktorów zadań przedstawiona analiza może posłużyć doskonaleniu narzędzi pomiaru, zwłaszcza kryteriów oceniania.

Zmierzając do doskonalenia jakości informacji zwrotnej przekazywanej nauczycielom i twórcom arkuszy egzaminacyjnych, w Pracowni Egzaminu Gimnazjalnego OKE w Krakowie podjęto próbę kategoryzacji najczęściej popełnianych przez uczniów błędów. Pierwsze pomysły zostały zrealizowane po egzaminie próbnym w styczniu 2005 roku. Oceny prac uczniowskich wraz z kodowaniem sposobów rozwiązań zadań otwartych

dokonali przewodniczący i weryfikatorzy zespołów egzaminatorów części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego współpracujący z OKE w Krakowie. Ocenianie, zgodnie z opracowanym kluczem kodowania błędów, poprzedziło szkolenie i dyskusja nad zasadnością takiego podejścia. Wnioski i sugestie przekazane przez uczestników szkolenia, którzy dokonywali kategoryzacji, zachęciły nas do kontynuowania prac nad doskonaleniem tego narzędzia badawczego. Rezultatem działań było przygotowanie zestawu kluczy do kodowania rodzajów błędów, które pojawiły się w rozwiązaniach zadań otwartych arkusza egzaminacyjnego z kwietnia 2005 roku i zastosowanie ich do oceny prac uczniowskich wytypowanych do próby badawczej.

### **Metoda prowadzenia badań**

Przedmiotem badań była analiza metod rozwiązywania zadań otwartych, ze szczególnym uwzględnieniem rodzajów popełnianych przez uczniów błędów oraz częstości ich występowania. Do każdego kryterium w kolejnych zadaniach zostały opracowane kategorie hipotetycznych błędów, które w trakcie analiz były weryfikowane i uzupełniane. Błędy, których nie udało się zaklasyfikować wynikające np. z chaotycznego zapisu, podejmowanie prób rozwiązania zadania bez możliwości ustalenia jego istoty zostały zaklasyfikowane do kryterium: **inne błędy**. Jeśli uczeń nie podjął próby realizacji danego kryterium, odnotowywano to jako **niepodjęcie rozwiązania**. Analizie poddano 400 prac egzaminacyjnych.

### **Analiza wyników badań wraz z komentarzami**

Zamieszczone poniżej tabele przedstawiają sposoby realizacji przez zdających kolejnych kryteriów oceniania, rodzaje błędów, jakie ustalono podczas oceny zadań, ich nazwy oraz częstość występowania w analizowanej próbie. Dla celów niniejszego opracowania zamieszczono przykłady tylko trzech zadań ocenionych zgodnie z kategoryzacją rozwiązań uczniowskich.

Analizę wszystkich pozostałych zadań przeprowadzoną zgodnie z założeniami prezentowanego tu eksperymentu kategoryzacji z arkusza zastosowanego podczas egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej zainteresowani czytelnicy znajdą w *Biuletynie Informacyjnym Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie. Wyniki i opracowania źródłem inspiracji w pracy dydaktycznej nauczycieli. Część matematyczno – przyrodnicza. Kraków, październik 2005.*

**Zadanie 26. (0-2)**

**Pewien pierwiastek, umownie oznaczony literą E, tworzy tlenek o ogólnym wzorze  $EO_3$ . Jaki to pierwiastek, jeżeli masa cząsteczkowa jego tlenku wynosi 80,04 u? Zapisz obliczenia.**

Tab. 1. Sposób realizacji kryterium 1. w zadaniu 26 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 1.   | L.  | %     |
|------------|---------------------|--|-----|-------|
| 1          | A                   | Poprawna metoda obliczenia masy atomowej pierwiastka E   | 255 | 63,70 |
| 1          | B                   | Stosowanie nieprecyzyjnego języka chemicznego przy poprawności metody i bezbłędnych rachunkach | 20  | 5,00  |
| 0          | C                   | Odejmowanie masy atomowej tlenu (15,99u) od masy cząsteczkowej $EO_3$                          | 7   | 1,75  |
| 0          | D                   | Mnożenie masy atomowej tlenu przez 3 (i nie kontynuowanie dalszych obliczeń)                   | 7   | 1,75  |
| 0          | E                   | Dzielenie masy cząsteczkowej tlenku przez 3  | 5   | 1,25  |
| 0          | F                   | Mnożenie masy cząsteczkowej tlenku przez 3   | 4   | 1,00  |
| 0          | G                   | Wypisanie danych i brak obliczeń   | 7   | 1,75  |
| 0          | X                   | Inne błędy   | 13  | 3,25  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania  | 82  | 20,50 |

Prawie 69% badanych uczniów spełniło kryterium 1. (kat. A i B), ale co czternasty z nich niepoprawnie posługuje się terminologią chemiczną (kat. B), co uwidacznia się w nieumiejętnym stosowaniu pojęć „masa atomowa”, „masa cząsteczkowa”, których używali jako komentarza do obliczeń. Prawie 11% uczniów stosuje błędną metodę rozwiązania zadania lub nie pokazuje, że ją zna (kat. C, D, E, F, G). Prawie 6% uczniów zupełnie nie radzi sobie z obliczeniami opartymi na wzorach chemicznych (kat. C, D, E, F).

Co piąty uczeń (kat. Y) nie podejmuje rozwiązania tego zadania, a jeśli doliczymy uczniów ograniczających się do wypisania danych, ich udział zwiększa się do 22,3% (kat. G, Y).

Tab. 2. Sposób realizacji kryterium 2. w zadaniu 26 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 2.  | L.  | %     |
|------------|---------------------|---|-----|-------|
| 1          | A                   | Podanie odpowiedzi: siarka  | 255 | 63,75 |
| 1          | B                   | Podanie tylko symbolu pierwiastka: S  | 3   | 0,75  |
| 0          | C                   | Poprawne odczytanie nazwy innego pierwiastka wynikające z błędnych obliczeń           | 6   | 1,50  |
| 0          | D                   | Odczytanie (poprawne) nazwy innego niż siarka pierwiastka na podstawie błędnej metody | 12  | 3,00  |
| 0          | E                   | Podanie wzoru tlenku (SO <sub>3</sub> ) zamiast nazwy pierwiastka                     | 3   | 0,75  |
| 0          | X                   | Inne błędy  | 15  | 3,75  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania   | 106 | 26,50 |

Aby uzyskać punkt za to kryterium, należało podać nazwę pierwiastka „siarka” lub jego symbol. Znaczna część uczniów zapisywała odpowiedź w obydwu postaciach, czyli: „jest to siarka – S”. Prawie 9% uczniów stosujących poprawną metodę popełniło błędy rachunkowe, przy czym 1/4 z nich na tyle istotne, że spowodowały odczyt pierwiastka innego niż siarka. Zdecydowanie większy jest również odsetek uczniów, którzy nie próbowali zidentyfikować pierwiastka, mimo że podjęli próbę realizacji kryterium 1. W tej grupie oprócz uczniów, którzy kryterium 1. realizowali na poziomie D i G są też tacy, którym otrzymany wynik nie pozwolił na wskazanie jakiegokolwiek pierwiastka z załączonego fragmentu układu okresowego.

Pierwiastkami wskazywanymi najczęściej w wyniku błędnych obliczeń były fosfor i wapń, natomiast w wyniku zastosowania błędnej metody wskazaniem były glin lub miedź jako konsekwencja realizacji kryterium 1. na poziomie C lub E. Inne błędy to wybory przypadkowe, np. selen, którego masa atomowa (78,96 u) jest zbliżona do wartości podanej w treści zadania (80,04 u), zdarzały się też niezrozumiałe wskazania na azot, węgiel, a nawet wodór.

**Zadanie 32. (0-2)Oblicz czas swobodnego spadku metalowej kulki z wysokości 20 m. Przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  i pomini opór powietrza. Zapisz obliczenia.**

Zadanie rozwiązywane było dwoma metodami. Pierwszą metodę zastosowało 378, a drugą 22 uczniów. Uczniów, którzy nie podjęli jakichkolwiek działań zmierzających do rozwiązania zadania (zostawili puste miejsce) uwzględniono w kryterium I.

### Metoda I: uczeń stosuje wzór na drogę lub na czas w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Tab. 3. Sposób realizacji kryterium 1. w zadaniu 32 rozwiązywanym metodą I z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 1.  | L.  | %    |
|------------|---------------------|---|-----|------|
| 1          | A                   | Podstawienie danych do poprawnego wzoru na drogę lub czas w ruchu jednostajnie przyspieszonym | 97  | 25,7 |
| 0          | B                   | Zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym i przyjęcie $v = g$                          | 45  | 11,9 |
| 0          | C                   | Zastosowanie innego, błędnego wzoru   | 94  | 24,9 |
| 0          | X                   | Inne błędy  | 20  | 5,3  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania   | 122 | 32,3 |

Prawie 26% uczniów rozwiązujących zadanie metodą I zapisało poprawny wzór i podstawilo właściwe dane. Natomiast aż 37% badanych zapisało błędny wzór (kat. B, C), przy czym co trzeci z nich potraktował spadek ciała jako ruch jednostajny i przyjął, że prędkość jest równa przyspieszeniu ziemskiemu. Przykładowe inne błędy (kat. X), to np. zapisanie właściwego wzoru, ale przekształcanie nie prowadzące do obliczenia czasu, brak podstawienia danych. Popęlnilo je ponad 5% rozwiązujących. Prawie co trzeci uczeń nie podjął próby realizacji kryterium.

Tab. 4. Sposób realizacji kryterium 2. w zadaniu 32 rozwiązywanym metodą I z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 2.                        | L.  | %    |
|------------|---------------------|---|-----|------|
| 1          | A                   | Obliczenia wykonane poprawnie, jednostka poprawna     | 82  | 21,7 |
| 1          | B                   | Błędne obliczenia, poprawna jednostka                 | 96  | 25,4 |
| 0          | C                   | Błędne obliczenia, niepoprawna jednostka lub jej brak | 67  | 17,7 |
| 0          | X                   | Inne błędy  | 5   | 1,3  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania                               | 128 | 33,9 |

To kryterium spełnilo niespełna 22% uczniów stosujących metodę I. Dwa razy liczniejsza grupa popęlnila błędy w obliczeniach (kat. B, C). W większości niezaliczanie tego kryterium wiąże się z zapisaniem

niepoprawnych wzorów lub błędnymi przekształceniami, czyli jest konsekwencją realizowania kryterium I na poziomie B, C. Mimo błędnych wzorów i przekształceń, uczniowie zazwyczaj podawali wynik z poprawną jednostką. Co trzeci badany nie podjął się wykonania jakichkolwiek obliczeń.

### Metoda II: uczeń korzysta z zasady zachowania energii

Tab. 5. Sposób realizacji kryterium 1. w zadaniu 32 rozwiązywanym metodą II z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 1.  | L. | %    |
|------------|---------------------|---|----|------|
| 1          | A                   | Podstawienie danych do poprawnego wzoru i obliczenie wartości prędkości | 18 | 81,8 |
| 0          | B                   | Zapisanie poprawnego wzoru, błędne przekształcenia                      | 1  | 4,5  |
| 0          | C                   | Zapisanie poprawnego wzoru, brak obliczeń                               | 2  | 9,1  |
| 0          | X                   | Inne błędy  | 0  | 0    |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania   | 1  | 4,5  |

Prawie 82% uczniów rozwiązujących zadanie metodą II uzyskało punkt za to kryterium. Co siódmy uczeń podał poprawny wzór, ale nie potrafił doprowadzić do obliczenia prędkości (kat. B, C). Jeden z uczniów zapisał tylko wzór na obliczenie czasu, nie podjął więc próby realizacji tego kryterium.

Tab. 6. Sposób realizacji kryterium 2. w zadaniu 32 rozwiązywanym metodą II z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 2.   | L. | %    |
|------------|---------------------|--|----|------|
| 1          | A                   | Podstawienie danych do poprawnego wzoru i obliczenie czasu oraz podanie wyniku z jednostką | 2  | 9,1  |
| 0          | B                   | W obliczeniach utożsamione $V_{sr}$ z $V_{max}$  | 11 | 50   |
| 0          | C                   | Zapisanie poprawnego wzoru, błędne obliczenia  | 1  | 4,5  |
| 0          | X                   | Inne błędy   | 5  | 22,7 |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania  | 3  | 13,6 |

Tylko co dziewiąty uczeń, który poprawnie obliczył prędkość, potrafił doprowadzić do wyznaczenia czasu spadku kulki. Połowa uczniów rozwiązujących zadanie tą metodą utożsamiła prędkość średnią z maksymalną, kolejne 27% popełniło inne uchybienia (kat. C, X), polegające najczęściej na zapisaniu nieprawdziwego wzoru, niepodstawieniu danych albo błędnym wykonaniu rachunków. Co siódmy uczeń nie kontynuował rozwiązanie zadania (kat. Y).

**Zadanie 34. (0-4) Piramida ma kształt ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Ile  $\text{cm}^2$  papieru potrzeba na wykonanie modelu tej piramidy (wraz z podstawą), w którym krawędzie podstawy mają długość 10 cm a wysokość 12 cm? Ze względu na zakładki zużycie papieru jest większe o 5%. Zapisz obliczenia.**

Tab. 7. Sposób realizacji kryterium 1. w zadaniu 34 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 1.   | L.  | %     |
|------------|---------------------|--|-----|-------|
| 1          | A                   | Poprawnie obliczona wysokość ściany bocznej z wykorzystaniem tw. Pitagorasa                          | 170 | 42,50 |
| 1          | B                   | Komentarz słowny o trójkącie prostokątnym 5, 12, 13 lub wykonany rysunek z odpowiednimi oznaczeniami | 5   | 1,25  |
| 0          | C                   | Wysokość ściany bocznej potraktowana jako przyprostokątna  | 8   | 2,00  |
| 0          | D                   | Wysokość ostrosłupa potraktowana jako wysokość ściany bocznej  | 75  | 18,75 |
| 0          | E                   | Wysokość ściany bocznej obliczana jako wysokość trójkąta równobocznego                               | 31  | 7,75  |
| 0          | X                   | Inne błędy   | 39  | 9,75  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania  | 72  | 18,00 |

Prawie 44% uczniów zrealizowało to kryterium, korzystając z twierdzenia Pitagorasa lub zamieszczając komentarz. Mimo dołączonego rysunku prawie 19% uczniów potraktowało wysokość ostrosłupa jako wysokość ściany bocznej (kat. D), co trzynasty przyjął, że ściana boczna ostrosłupa jest trójkątem równobocznym (kat. E). 2% uczniów zauważyło, że wyróżniony trójkąt jest prostokątny, lecz przyjęło wysokość ściany bocznej jako przyprostokątną (kat. C). Wśród uczniów zaseregowanych do kategorii Y są tacy, którzy zapisali błędny wzór na pole powierzchni całkowitej, nie wymagający znajomości wysokości ściany bocznej, więc nie widzieli potrzeby realizacji kryterium 1.

Tab. 8. Sposób realizacji kryterium 2. w zadaniu 34 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 2.   | L.  | %     |
|------------|---------------------|--|-----|-------|
| 1          | A                   | Poprawnie zastosowana metoda obliczenia pola powierzchni całkowitej              | 205 | 51,25 |
| 0          | B                   | Poprawny wzór na PC, wysokość ostrosłupa utożsamiona z wysokością ściany bocznej | 53  | 13,25 |
| 0          | C                   | Powierzchnia całkowita obliczona jako suma pola podstawy i ściany bocznej        | 12  | 3     |
| 0          | D                   | Błędny wzór na pole trójkąta: $P=a \times h$                                     | 3   | 0,75  |
| 0          | E                   | Powierzchnia boczna potraktowana za PC   | 2   | 0,5   |
| 0          | F                   | Obliczona objętość ostrosłupa  | 23  | 5,75  |
| 0          | G                   | Zastosowanie innego błędnego wzoru   | 27  | 6,75  |
| 0          | X                   | Inne błędy   | 17  | 4,25  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania  | 58  | 14,5  |

Ponad połowa uczniów spełniła to kryterium, czyli zastosowała poprawny wzór na powierzchnię całkowitą ostrosłupa. Wśród nich nie ma tych, którzy przyjęli w obliczeniach wysokość ściany bocznej równą wysokości ostrosłupa, schemat przewidywał wtedy niezaliczenie dwóch pierwszych kryteriów. Takiego założenia dokonało ponad 13% badanych (kat. B). Co szósty zapisany wzór był błędny, przy czym 25% z tych błędów wynika prawdopodobnie z nieuwagi, np. nieuwzględnienie, że są 4 ściany boczne, niedoliczenie pola podstawy (kat. C, D, E). Prawie 6% uczniów zastosowało wzór na objętość (kat. F), kolejnych 11% popełniło inne błędy. Prawie co siódmy uczeń nie podjął próby realizacji tego kryterium.

Tab. 9. Sposób realizacji kryterium 3. w zadaniu 34 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 3.                          | L.  | %     |
|------------|---------------------|---|-----|-------|
| 1          | A                   | Poprawnie obliczone 5% PC                               | 241 | 60,25 |
| 0          | B                   | Poprawnie obliczone 5%, liczby, którą uczeń uznał za PC | 4   | 1     |
| 0          | C                   | Błędnie zamienione 5% na ułamek                         | 12  | 3     |
| 0          | D                   | Zapisane tylko 5% PC i brak podstawienia                | 8   | 2     |
| 0          | X                   | Inne błędy  | 17  | 4,25  |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania                                 | 118 | 29,5  |



Ponad 61% uczniów poprawnie obliczyło procent liczby (kat. A i B), co nie jest wynikiem w pełni zadowalającym, wzięwszy pod uwagę fakt, że obliczenia procentowe są w podstawie programowej dla szkoły podstawowej i powinny być już dobrze opanowane, jako bardzo przydatne w życiu. Co dwudziesty uczeń błędnie zamienił procent na ułamek lub nie potrafił tego zrobić, o czym świadczy brak dalszych obliczeń (kat. C, D). Inne błędy to na przykład zapisanie niepoprawnej proporcji albo brak zapisu dotyczącego sposobu obliczenia 5% liczby i niepoprawny wynik, nie ma więc możliwości ustalenia, co jest jego przyczyną: zła metoda czy błędy rachunkowe. Prawie 30% uczniów nie podjęło próby obliczenia procentu liczby, z analizy odpowiedzi wynika, że co czwarty z nich zapomniał o tym poleceniu.

Tab. 10. Sposób realizacji kryterium 4. w zadaniu 34 z uwzględnieniem kategorii rozwiązań uczniowskich

| Liczba pkt | Kategorie rozwiązań | Sposób realizacji kryterium 4.   | L.  | %     |
|------------|---------------------|--|-----|-------|
| 1          | A                   | Bez błędne obliczenia w całym zadaniu i odpowiedź z poprawną jednostką                             | 112 | 28    |
| 0          | B                   | Błąd rachunkowy przy obliczaniu wysokości ściany bocznej   | 20  | 5     |
| 0          | C                   | Błąd wynikający ze złej metody obliczania wysokości lub pola powierzchni ściany bocznej ostrosłupa | 58  | 14,5  |
| 0          | D                   | Błąd wynikający ze złej metody obliczania pola powierzchni całkowitej ostrosłupa                   | 50  | 12,5  |
| 0          | E                   | Błąd rachunkowy przy obliczaniu PC   | 23  | 5,75  |
| 0          | F                   | Błędy w obliczaniu procentu liczby   | 12  | 3     |
| 0          | X                   | Inne błędy   | 10  | 2,5   |
| 0          | Y                   | Niepodjęcie rozwiązania  | 115 | 28,75 |

Tylko 28% uczniów spełniło to kryterium, używając za zadanie maksymalną liczbę punktów. 27% egzaminowanych zastosowało błędną metodę obliczania wysokości ściany bocznej, pola trójkąta lub powierzchni całkowitej ostrosłupa (kat. C, D), co skutkowało uzyskaniem za to kryterium 0 punktów. Z porównania liczebności grup zakwalifikowanych do kategorii Y w kryterium 1., 2. i 4. wynika, że połowa uczniów zapisujących wzory nie kontynuuje rozwiązania. Świadczy to o tym, że posiadają wiedzę teoretyczną, ale nie potrafią jej zastosować. Prawie wszyscy uczniowie udzielający odpowiedzi podawali wynik z właściwą jednostką, w dwóch pracach była ona opuszczoną. Wśród innych błędów pojawiały się niepoprawne redukcje typu:  $200 + 200\sqrt{3} = 400\sqrt{3}$ . Prawie 29% uczniów nie podjęło trudu wykonania jakichkolwiek obliczeń.

### **III. Wnioski**

Kategoryzacja rozwiązań i błędów uczniowskich, to nowe spojrzenie na sposób oceniania prac, które może pomóc nauczycielom w doskonaleniu procesu nauczania, uczniom w osiąganiu lepszych wyników, konstruktorom testów w przygotowywaniu lepszych narzędzi egzaminacyjnych. Ocenianie rozwiązań z uwzględnieniem wykazu możliwych błędów obliguje do wnikliwej analizy każdego etapu rozwiązania zadania, a tym samym przyczynia się do zwiększenia obiektywizacji oceniania. Dzięki zastosowaniu kategorii rozwiązań możliwe jest nie tylko ustalenie spełnienia lub niespełnienia kryterium punktowania, a także istoty błędu bądź uwzględnienie innej metody rozwiązania niż podana w schemacie. W ten sposób łatwo ustalić, czy problem tkwi w braku znajomości wzorów, stosowaniu nieodpowiedniej metody, niewłaściwej zamianie jednostek, błędach rachunkowych, czy wreszcie w niepodjęciu rozwiązania.

### **Bibliografia:**

1. E. Tyralska – Wojtycza, K. Kołodziej, *Wyniki i opracowania źródłem inspiracji w pracy dydaktycznej nauczycieli. Część matematyczno – przyrodnicza*, Biuletyn Informacyjny Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie, Kraków, październik 2005.