
Mieczysław FAŁAT
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna
we Wrocławiu

ANALIZA POZIOMU OPANOWANIA PEWNYCH UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNYCH NA PODSTAWIE WYNIKÓW SPRAWDZIANU DIAGNOSTYCZNEGO, DIAGNOZY ÓSMOKLASISTÓW I ZEWNĘTRZNEJ PRÓBNEJ MATURY

WSTĘP

W materiałach konferencji „Podstawowe problemy diagnozy edukacyjnej. Standardy i diagnoza a rozwój w edukacji”, która miała miejsce w Legnicy, w listopadzie 1999 roku, znalazł się tekst autorstwa dr inż. Krystyny Czupiał pt. „Dorobek pomiaru osiągnięć uczniów szkoły podstawowej w latach 1980–99 w województwie wrocławskim”.

Prezentowany obecnie materiał jest pewnym uszczegółowieniem wyżej wymienionego, przynajmniej w odniesieniu do lat 1994–1999. Zamieszczamy bowiem analizę poziomu opanowania pewnych umiejętności matematycznych przez tegorocznych maturzystów, pochodzących z dawnego województwa wrocławskiego. Okazuje się mianowicie, że ta grupa uczniów była, od 1994 roku, czyli od IV klasy szkoły podstawowej, podmiotem systematycznych badań (corocznie z języka polskiego i matematyki, sporadycznie zaś z innych przedmiotów), prowadzonych na zlecenie Kuratorium wrocławskiego przez Wojewódzki Ośrodek Metodyczny we Wrocławiu.

Zaznaczamy jednak od razu, że nie wiemy, czy istnieje kompletna dokumentacja wszystkich tych badań, w związku z czym naszą analizę odnosimy do istniejących materiałów z lat 1994 i 1998 oraz do – będących na etapie opracowywania – materiałów z roku 2001.

Mamy nadzieję, że wartość prezentowanego materiału nie jest jedynie archiwalna. Na pewno dokumentujemy w ten sposób pracę zespołu przedmiotowego matematyki, który w roku szkolnym 1993/1994 zadał sobie trud zbudowania koncepcji i sposobu realizacji masowej diagnozy osiągnięć matematycznych uczniów klas czwartych szkoły podstawowej. Po czterech latach, badaniom tym nadano rangę powszechnej diagnozy osiągnięć ósmoklasisty. Zastąpiła ona dotychczasowy egzamin wstępny do szkoły średniej.

Wydaje nam się, że warto przyglądać się sposobom rozwiązywania przez zespół przedmiotowy matematyki problemów związanych z rzetelnością, trafnością i poprawnością pomiarową prowadzonych przez nich badań, na przykład po to, aby analizować przygotowania i wyniki tegorocznego próbnego egzaminu maturalnego z matematyki (jeszcze obowiązkowego) na poziomie podstawowym. Grupa tegorocznych maturzystów z dawnego województwa wrocławskiego (jako jedna z niewielu w skali całego kraju) miała kilkakrotnie okazję zetknąć się z zewnętrznym sposobem oceniania ich umiejętności matematycznych.

Analizując wyniki punktowe trzech wybranych zadań (z lat 1994, 1998 i 2001), badających te same umiejętności, spróbujemy wyciągnąć wnioski o poziomie ich opanowania. Na koniec zaś podzielimy się wątpliwościami i sformulujemy postulaty.

1. SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ UCZNIOWSKICH Z MATEMATYKI

W ROKU SZKOLNYM 1993/94

Przygotowania

Jak już wspomnieliśmy we wstępie, WOM we Wrocławiu, pracując na zlecenie Kuratorium wrocławskiego, opracował koncepcję i sposób realizacji diagnozy. Powołano zespół przedmiotowy matematyki, który dostosował koncepcję sprawdzianu wiadomości z matematyki do ogólnych założeń.

Zespół sformułował następujące cele sprawdzianu w klasie IV:

- ustalenie stopnia przyswojenia podstawowych wiadomości i umiejętności dotyczących materiału bieżącego,
- zbadanie wiadomości i umiejętności z nauczania początkowego w klasach 1–3.

Przygotowany test składał się z pięciu zadań otwartych, dotyczących dwóch działów z obowiązującego programu nauczania – „Liczby naturalne” i „Figury geometryczne”.

Sprawdzano znajomość konkretnych faktów, znajomość terminologii, umiejętność użycia poznanych algorytmów, umiejętność analizowania danych i rozwiązywania typowych problemów. Za poprawne rozwiązania zadań uczeń otrzymywał określoną, w instrukcji dołączonej do testu, liczbę punktów.

Następnie zaś dyrektorów szkół podstawowych na terenie dawnego województwa wrocławskiego poproszono o:

- przeprowadzenie w dniu w dniu 23.03.1994 sprawdzianu wiadomości z matematyki w klasach czwartych,
- sprawdzenie prac uczniowskich w szkołach, posługując się dołączoną do zestawów

zadań instrukcją punktowania zadań,

- opracowanie sprawozdań według podanego wzorca,
- przesłanie sprawozdań do dnia 20.04.1994 roku na adres Kuratorium.

W końcu sierpnia 1994 roku okazało się, że sprawozdania nadesłały 354 szkoły podstawowe. Sprawdzianem zostało objętych 16 780 uczniów, na ogólną liczbę 18 190 wszystkich czwartoklasistów.

Wyniki sprawdzianu zostały opracowane dla trzech warstw:

A – szkoły miasta Wrocławia,

B – szkoły pozostałych miast województwa wrocławskiego,

C – szkoły wiejskie województwa wrocławskiego.

Zespół podjął decyzję o przeanalizowaniu 20% ogólnej liczby prac uczniowskich z warstw A i C, zaś 25% ogólnej liczby z warstwy B (ze względu na duże zróżnicowanie wielkości szkół oraz małą ich liczbę).

Poniższa tabela pokazuje liczby wylosowanych szkół i liczbę analizowanych prac uczniowskich, w poszczególnych warstwach.

Tabela 1. Rozkład liczby wylosowanych szkół oraz liczby analizowanych prac uczniowskich, w odniesieniu do przyjętych warstw A,B,C. Sprawdzian wiadomości w klasach czwartych – 1994.

Warstwa	Liczba wylosowanych szkół	Liczba uczniów klas IV w wylosowanych szkołach	Liczba uczniów klas IV objętych sprawdzianem w wylosowanych szkołach
A	20	2128	1924
B	12	1050	982
C	42	951	900
Razem	74	4129	3806

Źródło: Maria Bradło-Kusiak, Jadwiga Kałuża, Janusz Rogus: Sprawdziany szkolne. Matematyka. Raport ze sprawdzianów przeprowadzonych w klasach czwartych i ósmych szkół podstawowych województwa wrocławskiego w roku szkolnym 1993/94, s. 7, WOM, Wrocław 1995.

Wyniki.

Przyjrzyjmy się wynikom zadania 3 tego testu. Sformułowanie tego zadania było następujące:

Zadanie 3.

Zosia ma 12 lat, Tomek jest od niej o 3 lata młodszy, a Andrzej jest o 5 lat starszy od Tomka. Ile lat razem mają Zosia, Tomek i Andrzej?

W instrukcji dla nauczycieli poprawiających prace uczniowskie czytamy, przy zadaniu 3: „Zad. 3 (6 punktów)

za obliczenie liczby lat Tomka – 2 pkty,

za obliczenie liczby lat Andrzeja – 2 pkty,

za obliczenie sumy lat – 2 pkty.)”

Najpierw pokazujemy tabelę zawierającą rozkład liczby uczniów, którym nauczyciele poprawiający prace przyznali 1 lub więcej punktów za to zadanie.

Tabela 2. Rozkład liczby uczniów, którym przyznano jeden lub więcej punktów za zadanie 3.

Warstwa A	Warstwa B	Warstwa C	Łącznie
1473 (76,6%)	696 (70,9%)	541 (60,1%)	2710 (71,2%)

Źródło: jak dla tabeli 1.

Teraz z kolei prezentujemy tabelę, w której umieszczono rozkład liczby uczniów, którzy za omawiane zadanie 3 otrzymali maksymalną liczbę punktów:

Tabela 3. Rozkład liczby uczniów, którym przyznano za zadanie 3 maksymalną liczbę 6 punktów.

Warstwa A	Warstwa B	Warstwa C	Łącznie
1070 (55,6%)	476 (48,5%)	322 (35,8%)	1868 (49,1%)

Źródło: jak dla tabeli 1.

I wreszcie procentowy rozkład liczby przyznanych punktów za zadanie 3:

Tabela 4. Procentowy rozkład liczby przyznanych punktów za zadanie 3

	Warstwa A	Warstwa B	Warstwa C	Łącznie
Uzyskano łącznie punktów	7463,5	3539	2617,5	13620
Maksymalnie było do zdobycia	11544	5892	5400	22836
Procent uzyskanych punktów	64,7	60,1	48,5	59,6

Źródło: jak dla tabeli 1.

Ograniczając się do grupy 2710 uczniów (tabela 2.), którzy zdobyli minimum jeden punkt za to zadanie, średnia liczba punktów na jednego ucznia za to zadanie wynosi 5,02 (13 620 : 2710). Pamiętajmy przy tym (tabela 3), że 49,1% uczniów za to zadanie otrzymało maksymalną liczbę tj. 6 punktów.

Autorzy sprawdzianu próbowali również ocenić stopień opanowania przez uczniów treści objętych sprawdzianem.

Wychodząc z założenia, że większość zadań z zestawu dotyczyła podstawowych umiejętności programowych, które są wymagane na ocenę dostateczną, przyjęli następujące rozróżnienie:

- treści są dobrze opanowane przez uczniów, jeżeli powyżej 80% uczniów piszących sprawdzian otrzymuje maksymalną liczbę punktów za zadanie dotyczące tych treści,
- treści są średnio opanowane przez uczniów, jeżeli 60%–80% uczniów piszących sprawdzian otrzymuje maksymalną liczbę punktów za zadanie dotyczące tych treści,
- treści są słabo opanowane przez uczniów, jeżeli poniżej 60% uczniów piszących sprawdzian otrzymuje maksymalną liczbę punktów za zadanie dotyczące tych treści.

Czy wyniki punktowe uczniów za zadanie 3 świadczą o słabo opanowanych przez nich treściach? Przecież tylko 49,1% uczniów otrzymało maksymalną liczbę punktów. W przypadku tego zadania problem należy chyba inaczej tu postawić.

Zadanie 3, według autorów sprawdzianu, zawierało treści nieznacznie rozszerzające tematy podstawowe.

Analizując to zadanie dochodzimy do wniosku, że jest ono wyłącznie umiejętnościowe – nie sprawdza praktycznie żadnych treści programowych (szczególnie w przypadku ucznia klasy czwartej szkoły podstawowej), natomiast bardzo silnie odwołuje się do przeczytania ze zrozumieniem tekstu oraz matematyzowania go („umiejętność wyznaczenia liczby większej (mniejszej) od danej o ...”). Przykładając tę samą miarę do tego zadania jak również do zadania np. nr 2, w którym sprawdzano umiejętności wykonywania czterech podstawowych działań arytmetycznym pisemnym sposobem, otrzymać można zafałszowany obraz stopnia opanowania nieelementarnej przecież umiejętności algebraizowania albo inaczej mówiąc modelowania i matematyzowania treści.

Jeżeli więc spojrzymy do tabeli 4, zauważymy tam, iż badana grupa uczniów zdobyła 59,6% możliwych do zdobycia punktów (jest to nic innego jak wskaźnik łatwości zadania). Posługując się klasyfikacją, którą zaproponował prof. Niemierko w odniesieniu do testów, okazuje się, że zadanie to jest umiarkowanie trudne (i jako takie znakomicie nadaje się do testu). Takie stwierdzenie jest bliższe intuicyjnemu odczuciu nauczyciela matematyki.

Nie ulega bowiem wątpliwości, że zadania, badające umiejętność algebraizowania należą do najtrudniejszych dla ucznia nie tylko w szkole podstawowej. Nazwanie tej umiejętności (a nie treści!) „słabo opanowaną” nie koresponduje z osiągniętym wskaźnikiem łatwości. Chcąc zwrócić na nią szczególną uwagę nauczycieli, należałoby raczej formułować konkretne wnioski i kierować je wprost do nauczycieli.

W przypadku omawianego sprawdzianu cytowaliśmy, już kilkakrotnie, sporządzony po nim raport (powielony niestety tylko w 450 egzemplarzach), w którym sformułowano uwagi końcowe. Skierowano do nauczycieli propozycje m.in. „systematycznego sprawdzania stopnia rozumienia tekstu matematycznego oraz wykonywanych obliczeń”. Niestety nie wiemy nic na temat rodzaju i zakresu informacji, jaka dotarła do nauczycieli matematyki po sprawdzianie.

2. SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ UCZNIĄ SZKOŁY PODSTAWOWEJ Z MATEMATYKI W WOJEWÓDZTWIE WROCŁAWSKIM – 1998 ROK

Przygotowania

Jesienią 1997 roku Kuratorium Oświaty we Wrocławiu podjęło decyzję o zastąpieniu egzaminu wstępnego do szkół ponadpodstawowych powszechnym sprawdzianem osiągnięć uczniów z języka polskiego i matematyki. Celem podstawowym stało się zatem zbadanie wiadomości i umiejętności z tych przedmiotów u ucznia kończącego szkołę podstawową. Powszechny sprawdzian wymusił zmiany w sposobie jego przygotowania i przeprowadzenia, w porównaniu do dotychczas przeprowadzanych badań. Przede wszystkim, po podjęciu decyzji przez Kuratorium i powołaniu zespołów przygotowujących narzędzia diagnozy, jeszcze jesienią 1997 roku zostały opublikowane treści, których stopień opanowania miał badać sprawdzian.

Następnie zespół matematyki przygotował plan sprawdzianu, uwzględniający sprawdzane treści oraz kompetencje (umiejętności) i odpowiednio do tego planu budowano narzędzie.

Jakie kompetencje uczniowskie zamierzano sprawdzić narzędziem? Sformułowano ich pięć:

- I – modelowanie i matematyzowanie
- II – posługiwanie się własnościami liczb i działań oraz figur geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań
- III – posługiwanie się podstawowymi technikami algorytmicznymi (przy rozwiązywaniu typowych zadań)
- IV – rozwiązywanie zadań i problemów (posługiwanie się podstawowymi technikami heurystycznymi)
- V – interpretowanie związków i zależności, wyrażonych za pomocą wzorów, wykresów, schematów, diagramów, tabel.

Treści pogrupowano następująco:

Liczby:

- działania w zbiorze liczb wymiernych, przybliżenia,
- potęgowanie i pierwiastkowanie.

Wyrażenia algebraiczne

Funkcje liniowe, równania:

- proporcjonalność prosta i odwrotna,
- funkcje liniowe, przykłady innych funkcji,

– równania liniowe i ich układy, nierówności.

Geometria na płaszczyźnie (planimetria):

- symetrie, podobieństwo, jednokładność,
- związki miarowe w figurach geometrycznych,
- wielokąty opisane na i wpisane w okrąg,
- pola figur płaskich.

Stereometria:

- figury przestrzenne,
- pola powierzchni, objętości brył.

Nowością na sprawdzianie były zadania zamknięte, wprowadzone dla usprawnienia i zobjektywizowania sprawdzania i oceniania prac. Wyniki tych zadań uczeń nanosił na „Kartę odpowiedzi”, przystosowaną do czytnika optycznego.

Nie zrezygnowano (na szczęście!) z zadań otwartych. Do kryterialnego sprawdzania i oceniania rozwiązań zadań otwartych przeszkolono wcześniej odpowiednio liczbę nauczycieli matematyki ze szkół podstawowych i średnich.

Przygotowany arkusz egzaminacyjny (!) zawierał ostatecznie 28 zadań zamkniętych (po 1 punkcie za każde), w czterech równoległych wersjach, oraz 2 zadania otwarte (1 zadanie za 4 punkty i 2 za 8 punktów), w dwóch równoległych wersjach, w których uczeń musiał przedstawić pełne rozwiązania. Cztery wersje zestawów zadań zamkniętych różniły się kolejnością zadań i odpowiedzi, natomiast w obu wersjach zadań otwartych zróżnicowano dane zachowując jednocześnie takie same polecenia. Sprawdzian składał się z dwóch części, I – zadania zamknięte i II – zadania otwarte trwających odpowiednio: 60 minut i 40 minut. Części sprawdzianu rozdzielono minutową przerwą.

Właściwy sprawdzian przeprowadzono w maju 1998 roku, poprzedzono go jednakże próbnym sprawdzianem.

Tabela 5. Numery zadań, sprawdzających opanowanie poszczególnych kompetencji – wersja A testu:

Kompetencja	Numery zadań zamkniętych (28 x 1p)	Zadania otwarte		Maksymalna Liczba punktów
		Zadanie 1	Zadanie 2	
I	14,23	2p	2p	6p (15%)
II	3,6,7,9,11,16,18,19	-	-	8p (20%)
III	1,2,4,5,8,10,12,13,17,21,25,26	-	-	12p (30%)
IV	15,20,22	2p	6p	11p (27,5%)
V	24,27,28	-	-	3p (7,5%)
Razem punktów	28p	4p	8p	40p

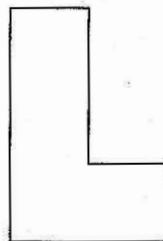
Źródło: materiały ze zbiorów prywatnych p. Czesławy Pacholskiej.

W powyższej tabeli przedstawiono plan sprawdzianu i zaznaczono czcionką pogrubioną zadanie 1 z części II, którego wynikiom będziemy przyglądać się w dalszej części.

Oto jego treść:

Zadanie 2 (4 pkt.).

Działka państwa Kowalskich jest sześciokątem w kształcie litery L (jak na rysunku obok). Kolejne boki działki są do siebie prostopadłe i mają długości: 60m, 40m, 20m, 20m, 40m, 20m.



Oblicz, ile wiader deszczu spadło na tę działkę przyjmując, że na każde 100m^2 spadło 96 litrów deszczu, a wiadro zawiera 12 litrów.

Wyniki

Punktując rozwiązania interesującego nas zadania zespoły nauczycieli-egzaminatorów miały do dyspozycji następujące zasady punktowania:

„Zadanie 1 (0–4 pkt).

Oceniane umiejętności (kompetencje): (I) K1 – 2pkt., (IV) K2 – 2pkt.

	Kryteria	
	K1	K2
• Właściwe dobranie modelu matematycznego (oznaczony szkic działki)	1	
• Obliczenie pola powierzchni działki	1	
• Pozostałe obliczenia		2
Razem, za poprawne rozwiązanie i poprawną odpowiedź	2	2

Uczeń otrzymuje o 1 punkt mniej z umiejętności K2, jeśli rozumowanie jest poprawne, lecz wystąpiła pomyłka w rachunkach.

Uczeń otrzymuje o 2 punkty mniej (1 pkt z K1 i 1 pkt z K2), jeśli zamiast pola oblicza obwód.

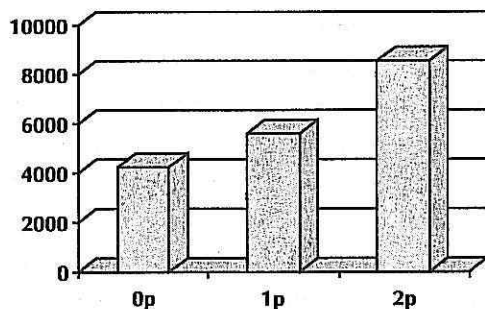
UWAGA: Każdy poprawny sposób rozwiązania powinien być oceniony pełną liczbą punktów”. (Źródło: jak w przypadku tabeli 5)

Popatrzmy na rozkład punktów uzyskanych za umiejętność I (modelowanie i matematyzowanie), w interesującym nas zadaniu 1 (wyniki podano dla całej populacji ósmoklasistów w dawnym województwie wrocławskim, $N=18\,429$), tabeli i na wykresie.

Umiejętność (kompetencja) I:

Tabela 6. Rozkład punktów, uzyskanych za umiejętność I w zadaniu 1, dla ogółu ósmoklasistów

Liczba punktów	0p	1p	2p
Liczba uczniów	4264 (23,14%)	5630(30,54%)	8535(46,31%)



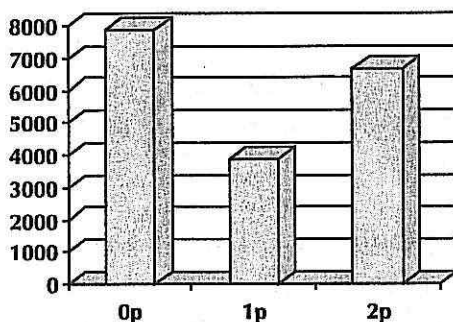
Widać wyraźnie, że zdobycie 2 punktów nie sprawiło problemu prawie połowie uczniów. Naszkicowanie działki omawianej w zadaniu lub obliczenie pola działki wykonało łącznie ponad 76% badanej na egzaminie populacji uczniowskiej. Sprawił to zapewne jasny kontekst poruszany w tym zadaniu oraz dołączony rysunek działki.

Poniżej przedstawiamy podobną tabelę i wykres w odniesieniu do umiejętności IV (rozwiązywanie zadań i problemów (posługiwanie się podstawowymi technikami heurystycznymi) – znowu dla całej populacji ósmoklasistów.

Umiejętność (kompetencja) IV:

Tabela 7. Rozkład punktów, uzyskanych za umiejętność IV w zadaniu 1, dla ogółu ósmoklasistów.

Liczba punktów	0p	1p	2p
Liczba uczniów	7892 (42,82%)	3885(21,08%)	6652(36,09%)



Z opanowaniem tej kompetencji było już znacznie gorzej. Ponad 42% badanych otrzymało 0 punktów. Pamiętając, że 23% uczniów nie otrzymało żadnego punktu za umiejętność 1, nasuwa się wniosek, że część uczniów poprawnie rozpoczęła rozwiązywać to zadanie, lecz nie potrafiła dokończyć obliczeń. Zatem już nie obliczenie pola powierzchni działki sprawiło problemy rachunkowe, lecz zrozumienie pozostałych danych w treści zadania oraz dobranie poprawnego sposobu przeliczenia ilości deszczu i wyrażenia go w nietypowej jednostce, jaką było „wiadro deszczu”.

Przedstawiliśmy tutaj część wyników, w obrębie interesujących nas umiejętności I oraz IV i to w odniesieniu do zadania otwartego. Dodajmy, że dzięki zgromadzeniu wyników w bazie danych możliwa była (i w dalszym ciągu jest!) analiza wyników dla każdej z pięciu umiejętności, w odniesieniu do każdego zadania z zestawu.

Wyniki zostały poukładane w 5 warstwach, obejmujących szkoły podstawowe: miasta Wrocławia, pozostałych miast województwa wrocławskiego, wiejskie, niepubliczne, oraz inne. Wykonano m.in. rozkłady liczby punktów za zadania zamknięte (wraz z analizą dystraktorów) i otwarte, przedstawiono na wykresach zależności między średnią liczby punktów ze sprawdzianu a liczbą uczniów według wymienionych warstw oraz przedstawiono próbę korelacji wyników za zadanie otwarte 1, według punktacji za zadanie 2.

3. MATURA PRÓBNA, 2001 ROK

Przygotowania

Obserwowana przez nas grupa uczniów została poddana, w dniu 18 września 2001r., po raz pierwszy w historii polskiej edukacji, zewnętrznemu próbnemu egzaminowi maturalnemu z – jeszcze wtedy obowiązkowej – matematyki.

Arkusze egzaminacyjne na poziom podstawowy, przygotowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną, zawierał zestaw 11 zadań otwartych, na rozwiązanie których przeznaczono 120 minut.

Uczeń mógł uzyskać za rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu 40 punktów, i ta liczba następnie była mnożona przez współczynnik 2,5 po to, aby zgodnie z Rozporządzeniem MEN z dnia 21 marca 2001r., liczba możliwych punktów za każdy arkusz egzaminacyjny była równa 100.

Arkusze ten był budowany w zupełnie nowych warunkach.

Obowiązująca od 15 lutego 1999 roku Podstawa Programowa Matematyki wyznaczała treści sprawdzane na egzaminie, zaś ogłoszone 21 lutego 2000r Standardy wymagań, będące podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów, opisywały umiejętności matematyczne, które będą sprawdzane u maturzystów. Najbardziej szczegółowy opis egzaminu maturalnego z matematyki każdy maturzysta mógł znaleźć jednak w ogłoszonym wiosną 2000 roku sylabusie (informatorze) przedmiotowym z matematyki.

Wspomniany arkusz jest produktem finalnym zupełnie nowego myślenia o planowym egzaminie maturalnym z matematyki.

Jego zatwierdzenie poprzedziły następujące etapy:

1. ustalenie siatki egzaminu (czyli planu i zakresu sprawdzanych treści oraz umiejętności),
2. budowanie pojedynczych zadań egzaminacyjnych (na drodze od standardów wymagań egzaminacyjnych poprzez podstawę programową),
3. przygotowanie roboczej wersji arkusza wraz ze schematem punktowania zadań,
4. standaryzowanie roboczej wersji arkusza na celowej próbie uczniowskiej,
5. analiza ilościowa i jakościowa roboczej wersji arkusza,
6. korekta zadań w arkuszu roboczym,
7. recenzje nauczycielskie i akademickie oraz ewentualne korekty zadań.

Próbny egzamin maturalny z matematyki przeprowadziło na terenie całego kraju, osiem Okręgowych Komisji Egzaminacyjnych (statutowy obowiązek).

Zakodowane prace uczniowskie zostały sprawdzone i ocenione przez egzaminatorów zewnętrznych, posiadających certyfikaty wydane (przez Centralną Komisję Egzaminacyjną) na podstawie pozytywnego wyniku modułu weryfikacyjnego, kończącego programowo jednolite, 25-cio godzinne szkolenie kandydatów na egzaminatorów.

Każdy arkusz z matematyki zawierał oprócz tekstów zadań wraz z maksymalną liczbą punktów do uzyskania, miejsca na rozwiązanie i brudnopis, także wkładkę, na której egzaminator wpisywał przyznane uczniowi punkty, jeśli wynikało to z opisanych w schemacie punktowania zadań oraz z ustalonych i jednolitych w skali kraju zasad punktowania rozwiązań zadań otwartych.

Opisane wyżej wkładki (zakodowane tak samo jak arkusze) egzaminatorzy odcinali od arkusza, aby następnie przy pomocy czytników optycznych wyniki punktowe ucznia można było przenieść z jego pracy do bazy danych o wynikach egzaminu.

W ten sposób każda Okręgowa Komisja Egzaminacyjna stała się posiadaczem obszernych zbiorów wyników jednostkowych wszystkich uczniów z jej terenu działania.

Możemy więc łatwo dotrzeć do wyników pojedynczego ucznia np. po to, aby wydrukować jemu zaświadczenie o uzyskanym przez niego rezultacie egzaminu z matematyki, łatwo jest również analizować wyniki według rozmaitych kryteriów.

Wyniki

Wykonując podstawowe analizy statystyczne, dość łatwo i szybko możemy się dowiedzieć, że w okręgu, obejmującym województwa: opolskie i dolnośląskie:

- próbny egzamin maturalny z matematyki zdawało 30 229 uczniów,
- 23 187 uczniów przekroczyło próg zaliczenia egzaminu, czyli uzyskało 30 punktów

egzaminacyjnych (12 punktów z arkusza przemnożone przez 2,5), co stanowi 76,7% ogółu zdających,

- najwyższy procent zaliczeń progu egzaminu uzyskano w liceach ogólnokształcących – 84,1%, następnie w czteroletnich technikumach zawodowych – 75%, zaraz potem w liceach technicznych – 72,9%, najslabiej zaś prezentują się licea zawodowe – tylko 40,2%,
- średni wynik uzyskany przez maturzystę to 45,9 punktu,
- łatwość całego arkusza wyniosła 0,46 (jest to więc zestaw trudny),
- współczynnik korelacji Pearsona dla zadań z tego arkusza jest w granicach od 0,46 do 0,716, mediana to 40 punktów, modalna również 40 punktów przy odchyleniu standardowym równym 22 punkty.

Na tle ogólnych wyników egzaminu próbnego w naszym okręgu możemy przyrzeć się, jak wypadło zadanie 7 z arkusza. Oto jego treść:

Zadanie 7 (4 pkt).

Pewna firma specjalizująca się w kopaniu studni, oferuje klientom następujący sposób obliczania kosztu robót ziemnych:

Wykopanie pierwszego metra głębokości studni kosztuje 300 złotych, zaś wykopanie każdego następnego metra głębokości kosztuje o 30 złotych więcej niż poprzedniego metra. Sprawdź, czy 7500 złotych wystarczy, aby zapłacić tej firmie za wydrążenie studni o głębokości 15 metrów.

Egzaminatorzy otrzymali uzgodniony następujący schemat punktowania tego zadania:

„1. Stwierdzenie, że ceny wykopania kolejnych metrów głębokości studni są wyrazami ciągu arytmetycznego w którym: $a_1=300$ oraz $r=30$.

2. Obliczenie piętnastego wyrazu tego ciągu: $a_{15}=720$.

3. Obliczenie kosztu wykopania 15 metrowej studni: 7650 złotych.

4. Podanie odpowiedzi: kwota 7500 złotych nie wystarcza, aby zapłacić tej firmie.”

Zadanie to (wycenione w arkuszu na 4 punkty – czyli 10 punktów egzaminacyjnych) odnosiło się do treści, związanych z własnościami ciągu arytmetycznego i badało dwie umiejętności (standard 3):

- podania opisu matematycznego do podanej sytuacji praktycznej,
- dobrania odpowiedniego algorytmu do wskazanej sytuacji i ocenienia przydatności uzyskanych wyników w typowej sytuacji.

Najpierw podamy podstawowe dane statystyczne dotyczące zadania 7, w odniesieniu do całej populacji maturzystów w naszym okręgu ($N=30\ 229$):

- średnia liczba punktów uzyskanych za to zadanie równa się 6,48 punktu egzaminacyjnego (6,9 punktu egzaminacyjnego w liceach ogólnokształcących oraz 5,5 punktu egzaminacyjnego w szkołach technicznych, czyli liceach zawodowych, liceach technicznych i 4-letnich technikach zawodowych),
- w ogóle nie podjęło próby rozwiązania tego zadania 1828 osób, czyli 6% populacji, (863 uczniów liceów ogólnokształcących – 4,2% ogółu uczniów tej grupy szkół oraz 965 uczniów szkół technicznych – 10,1% ogółu uczniów tej grupy szkół),
- łatwość zadania 0,65 (0,69 w liceach ogólnokształcących oraz 0,55 w szkołach technicznych),
- współczynnik korelacji Pearsona 0,616 (0,61 w liceach ogólnokształcących i 0,607 w szkołach technicznych).

Pokażemy teraz rozkład punktów uzyskanych przez maturzystów z dawnego województwa wrocławskiego, czyli obserwowaną przez nas od początku grupę uczniów (oczywiście liczbowo mniejsza, ze względu na to, że nie wszystkie szkoły ponadgimnazjalne brały udział w próbnym egzaminie maturalnym z matematyki):

Tabela 8. Rozkład uzyskanych punktów za zadanie 7 na egzaminie próbnym, dla całej populacji

Kolejne punkty do uzyskania za rozwiązanie zadania 7	Liczba osób, która tę ilość punktów uzyskała (9758 uczniów ogółem)
0 p	1530 (15,7%)
1 p	954 (9,8%)
2 p	1070 (11%)
3 p	858 (8,8%)
4 p	5346 (54,8%)

W rozbiciu na dwa typy szkół (licea ogólnokształcące i szkoły techniczne) ten rozkład przedstawia się następująco:

Tabela 9. Rozkład uzyskanych punktów za zadanie 7, na próbnym egzaminie maturalnym z matematyki, w poszczególnych typach szkół

Kolejne punkty do uzyskania za rozwiązanie zadania 7	Liczba osób, która uzyskała tę ilość punktów	
	W liceach ogólnokształcących (7072 uczniów ogółem)	W szkołach technicznych (2686 uczniów ogółem)
0 p	936 (13,2%)	594 (22,1%)
1 p	664 (9,4%)	290 (10,8%)
2 p	778 (11%)	292 (10,9%)
3 p	645 (9,1%)	213 (7,9%)
4 p	4049 (57,3%)	1297 (48,3%)

Zauważmy ponadto, że 9758 uczniów dawnego województwa wrocławskiego mogło uzyskać maksymalnie 39 032 punkty za zadanie 7. Ponieważ uzyskało ich w rzeczywistości 27 052, więc wskaźnik łatwości dla tej grupy uczniów jest równy 0,69 – wpłynął on znacząco na wskaźnik łatwości, obliczony dla ogółu uczniów w naszym okręgu 0,65 (przy czym wynosi on 0,72 w liceach ogólnokształcących, zaś 0,62 w szkołach technicznych).

Sformułujmy fakty, które można zobaczyć w tych tabelach:

- stosunkowo duży odsetek uczniów całkowicie błędnie rozwiązywał zadanie 7, przy czym dość wyraźnie widać tę różnicę, w obu typach szkół,
- występują niewielkie różnice między typami szkół, jeśli idzie o liczebność grup uczniów osiągających 1, 2 lub 3 punkty za zadanie 7,
- ponad połowa uczniów zdołała uzyskać maksymalną liczbę punktów.

Jak interpretować te wyniki?

Grupę uczniów, którym przyznano 0 punktów za rozwiązanie tego zadania tłumaczy pewnie niedobry termin przeprowadzenia próbnego egzaminu (trzeci tydzień nowego roku szkolnego), stąd niemożność powtórzenia części materiału, która była omawiana w klasie drugiej, czyli ponad rok wcześniej. Ponadto w tej grupie jest część uczniów, którzy w ogóle nie podjęli próby rozwiązania tego zadania, z różnych zresztą powodów (w całym okręgu frakcja opuszczeń tego zadania wyniosła 6%). Niewielka frakcja opuszczeń tego zadania daje dowód jasności i bliskości kontekstu dla ucznia, zaś tablice matematyczne, które uczniowie mieli na stołach świadczą na niekorzyść tych, którzy nie zdołali zdobyć żadnego punktu.

Pozostała więc spora (29,6%) grupa uczniów, którzy zdobywali 1, 2 lub 3 punkty (tych, którzy zdobyli maksymalną liczbę 4 punktów trzeba tylko pochwalić). Dla nich własności ciągu arytmetycznego nie są do końca jasne.

Zauważmy, że mając w rękach tak potężny atut, jakim są prace uczniowskie, zgromadzone w Komisji, można dużo swobodniej prowadzić analizę wyników. Nie musimy się domyślać przyczyn błędów, możemy wręcz je obejrzeć. W przypadku tego zadania pojawiły się dwa typy błędów, powodujące zmniejszenie liczby przyznanych punktów:

1. część uczniów zauważyła związek między sytuacją opisaną w tym zadaniu a własnościami ciągu arytmetycznego, lecz nie potrafiła właściwie zastosować odpowiednich wzorów,
2. część uczniów utożsamiła cenę wykopania ostatniego metra głębokości studni jako koszt całości prac.

Zasady przydzielania punktów (m.in. 1 punkt za każdą napotkaną w pracy uczniowskiej i opisaną w schemacie punktowania umiejętność oraz nie karanie dwukrotne za tę samą nieumiejętność), jednolicie stosowane w skali całego kraju, pozwalają egzaminatorowi przyznać pewną liczbę punktów, nawet za błędną (w stosunku do schematu punktowania) odpowiedź. Ma to miejsce wówczas, gdy uczeń popełnia w rozwiązaniu błąd (w tym momencie nie przyznaje się mu punktu) i konsekwentnie używa błędnego wyniku do dalszych obliczeń – oczywiście jeśli nie obniża sobie stopnia trudności zadania. Stąd bierze się również pewna grupa uczniów, którzy zdobyli w tym zadaniu 3 lub 2 punkty.

Z zadaniem 7 omawiana przez nas grupa maturzystów dawnego województwa wrocławskiego nie miała poważniejszych problemów, a zanotowany wskaźnik łatwości 0,69 plasuje to zadanie niemalże na granicy dwóch kategorii zadań umiarkowanie trudnych i zadań łatwych. Wynik zależy jednak od typu szkoły, do której maturzysta uczęszcza, mniej od położenia szkoły, choć nie da się ukryć, że liceów na wsi praktycznie nie ma.

4. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I POSTULATY

Staraliśmy się pokazać pewną grupę uczniów z dawnego województwa wrocławskiego, która przez ostatnich siedem lat kilkakrotnie była poddawana badaniom osiągnięć z matematyki. Omówiliśmy trzy takie badania: w latach 1994, 1998 i 2001.

W każdym z tych badań wyróżniliśmy jedno zadanie. Ich wspólną cechą było to, że dotyczyły tej samej umiejętności: dla jednych jest to umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych, dla innych to umiejętność modelowania i matematyzowania, zaś dla jeszcze innych to umiejętność podania opisu matematycznego oraz umiejętność dobrania odpowiedniego algorytmu i umiejętność oceny przydatności uzyskanych wyników. Dla badanej grupy uczniów tego typu zadania okazywały się umiarkowanie trudne, niemalże niezależnie od terminu badania.

Nie zaobserwowaliśmy jakichś szczególnych wahań, w którąkolwiek stronę. Jest to z pewnością wynik systematyczności kontaktu ucznia z badaniami, które ewoluowały w kierunku badań zewnętrznych. Jest to również wynik właściwego zainteresowania środowiska nauczycielskiego wynikami tych badań i poprawnego ich odczytywania.

Charakteryzując przeprowadzone badania chcieliśmy pokazać, że każde z nich było przeprowadzane w innych warunkach, w coraz to lepiej określonych warunkach.

Trudno więc znaleźć wspólną miarę, filtr, przez który moglibyśmy ocenić wyniki badań w sposób jednoznaczny. Nie da się ukryć, że jest łatwo oceniać poczynania sprzed siedmiu lat. Chylimy jednak czoła przed ludźmi, którzy potrafili, w sposób bliski naszemu dzisiejszemu myśleniu, prowadzić badania pomiarowe z matematyki i przewidywać właściwy kierunek rozwoju tych prac.

Mamy nadzieję, że wnioski z lektury tego materiału będą podobne. Spróbujmy je sformułować.

- 1) Nieocenioną wartość przy badaniu poziomu osiągnięć uczniowskich mają systematyczne i długofalowe badania wzdlużne.
- 2) Doceniając ogromną pracę poświęconą przygotowaniu diagnozy nie wolno zapominać, że nie kończy się ona w momencie przekazania uczniowi wyników.
- 3) Analizy statystyczne stają się coraz bardziej wyrafinowane, zaś ich wykonanie bardzo profesjonalne. Nie wystarczy więc sporządzać analiz. Należy nauczyć się dostosowywać rodzaj analizy do charakteru jej odbiorcy. Należy również zastanowić się, czy droga, jaką docierają analizy do zainteresowanych jest dobrana właściwie.
- 4) Pytanie związane z poprzednią myślą: czy i jak wykorzystywać wyniki diagnozy, egzaminu w sytuacji, gdy kończy on któryś z etapów edukacji?
- 5) Instytucje przeprowadzające zewnętrzne badania, zewnętrzne egzaminy (szczególnie tam gdzie bada się umiejętności zestawami zadań otwartych) powinny tak je organizować, aby jak najlepiej wykorzystać ten okres, w którym stają się posiadaczami prac uczniowskich.
- 6) Zapewne nie tylko w badaniach osiągnięć z matematyki pojawiają się zestawy zadań otwartych o zróżnicowanej punktacji. Uczymy się budować takie zestawy. Apelujemy jednocześnie do środowisk naukowych o więcej narzędzi służących ocenie ich poprawności konstrukcyjnej.