

Leokadia Ewa Wojciechowska

Centrum Edukacji Nauczycieli w Suwałkach

Ilość miarą jakości czyli o punktowaniu zadań sprawdzających z matematyki

W świecie obserwujemy wiele paradoksów. Oto jeden z nich. Wielu deklaruje swoją niechęć do matematyki, wielu nie widzi potrzeby posiadania umiejętności matematycznych w życiu. Znamiennym jest fakt manifestowanej ulgi, czy wręcz radości, z powodu decyzji MENiS, że matematyka nie będzie przedmiotem obowiązkowym na nowej, zewnętrznej maturze. Ale w szkole, w obszarze sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów matematyka jest ostateczną wyrocznią, którą wszyscy: nauczyciele, uczniowie i ich rodzice, a także nadzór pedagogiczny darzą ogromnym zaufaniem.

Czasem w szkole na pytanie: „dlaczego dostateczny?” – pada krótka odpowiedź: „29 punktów”. I to naprawdę wystarczy. Czasem, aby można było uczniowi postawić 4 (dobry) szuka się po prostu jednego punktu, a nie informacji o większych osiągnięciach matematycznych.

W szkole, w obszarze sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów:

- liczbą punktów mierzy się jakość rozwiązania zadań (ze wszystkich prawie przedmiotów);
- ustala progi punktowe czy procentowe na poszczególne stopnie szkolne;
- wykorzystuje się średnią arytmetyczną czy nawet (o zgrozo!) średnią ważoną do ustalania stopnia na semestr (żadne z tych działań nie jest upoważnione, bo stopień szkolny to nie liczba, lecz cyfra);
- na podstawie średniej wyciąga się wnioski, a czasem nawet podejmuje decyzje o uczniach, grupach uczniów i jakości pracy nauczycieli.

Nie z przekory, nie z niechęci do matematyki, ale z wieloletniego doświadczenia nauczania matematyki w szkole wiem, że jakość (poziom osiągnięć ucznia rozumiem jako stopień realizacji celów edukacyjnych) nie przekłada się tak prosto na

ilość (punktów). Posługuję się punktami w procesie sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów, ale ciągle noszę w sobie pytanie pełne wątpliwości „**czy naprawdę, czy zawsze większa liczba uzyskanych punktów świadczy o wyższym poziomie osiągnięć?**” i świadomie dynamizuję w sobie troskę, by tak ustalać punkty, normy i progi, by schemat punktowania służył podnoszeniu jakości oceniania szkolnego, a więc wzrostowi obiektywizmu i mocy wspierającej rozwój ucznia.

Celem nauczycielskiego systemu oceniania jest określenie prawdziwego poziomu osiągnięć każdego ucznia oraz zakomunikowanie tego uczniowi. Każde zafałszowanie (w górę czy w dół) jest dla ucznia negatywnym bodźcem w jego integralnym (nie tylko intelektualnym) rozwoju.

Na jakość nauczycielskiego systemu oceniania, której wskaźnikami są: obiektywizm i moc wspierająca, mają wpływ:

- konstrukcja (dwupoziomowego) układu wymagań programowych;
- dobór form i narzędzi sprawdzania (do obszaru treści kształcenia, do możliwości grupy i ucznia);
- spójność procesów kształcenia i oceniania osiągnięć uczniów;
- jakość merytoryczna i metodologiczna narzędzi sprawdzania (bardzo ważne – cele czy materiał?);
- schemat punktowania rozwiązywania zadań;
- zasady ustalania stopni szkolnych na podstawie wyników sprawdzania – liczby punktów.

Poziomowanie wymagań

Ciągle nowym w naszym systemie edukacji (choć obowiązującym już od roku 1999) jest Podstawa programowa.

Podstawa programowa jest bazą dla realizacji procesów:

- kształcenia
- oceniania wewnątrzszkolnego
- egzaminów zewnętrznych.

Mądra struktura Podstawy programowej:

- cele edukacyjne
- zadania szkoły
- treść kształcenia
- oczekiwane osiągnięcia ucznia.

wyraźnie pokazuje nadrzędność celów edukacyjnych w procesie kształcenia i w procesie sprawdzania.

Myślę, iż mimo wielu deklaracji o odejściu od encyklopedyzmu można w polskiej szkole zauważyć dwie grupy nauczycielskich systemów kształcenia (oceniania):

- według celów edukacyjnych – aby uczeń osiągał cele;
- według materiału nauczania – aby zrealizować materiał (aby uczeń go zapamiętał).

Pierwszej grupie systemów trudno na razie konkurować z drugą – jest pewna sobie przez „utrwalone doświadczenie”, czyli po prostu wygodniejsza.

Łatwiej także ustalać system punktowania według materiału nauczania niż według celów edukacyjnych.

Obiektywne wartościowanie osiągnięć uczniów, rozumianych jako stopień realizacji celów domaga się kształcenia i oceniania według celów edukacyjnych z należytych dowartościowaniem materiału nauczania.

W wyniku analizy ogólnych celów edukacyjnych otrzymujemy układ celów operacyjnych, który dla ucznia i nauczyciela jest układem oczekiwanych osiągnięć ucznia. Jeżeli w szkole poziom osiągnięć ucznia określa się za pomocą wielostopniowej skali wskaźników (stopni szkolnych), to oczekiwane osiągnięcia ucznia (wymagania programowe) powinny być sformułowane na dwóch poziomach: podstawowym i ponadpodstawowym. Myślę, że po wielu latach poszukiwań i doświadczeń wiemy, że zwiększanie liczby poziomów wymagań programowych nie podnosi obiektywizmu oceniania – wystarczą dwa.

Dla obiektywizmu oceniania poziomowanie wymagań programowych jest niemniej, a może nawet bardziej ważne niż ustalenie schematu punktowania zadań sprawdzających dane osiągnięcia. Dlatego ustalanie poziomów wymagań powinno odbywać się za pomocą ustalonych kryteriów właściwych dla:

- charakteru edukacji przedmiotowej
- etapu edukacyjnego.

Od wielu lat w zasadniczej szkole zawodowej posługują się następującymi kryteriami poziomowania wymagań:

Tabela 1.

Przykład poziomowania wymagań za pomocą przedstawionych wyżej kryteriów

Poziom podstawowy (stopnie 2 i 3)	Kryterium	Poziom ponadpodstawowy (stopnie 4, 5, 6)
konieczne do dalszego uczenia się matematyki w ZSZ	niezbędność wewnątrzprzedmiotowa	rozszerzają wiedzę i umiejętności matematyczne
proste rachunkowo, bez trudnych pojęć, proste operacje, odtwórcze	łatwość dla ucznia	trudniejsze liczby, dłuższe operacje, wymagające kreatywności, trudne pojęcia
konkretne, np. liczby	poziom abstrakcji	np. litery
przydatne w życiu codziennym	użyteczność	teoretyczne

Tabela 2.

Oś liczbowa i przedziały liczbowe

Wymagania podstawowe – P	Wymagania ponadpodstawowe – PP
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na osi liczbowej liczby naturalne, całkowite i wymierne o mianowniku 2 • zaznacza na osi liczbowej przedziały otwarte i zamknięte, których końcami są liczby całkowite 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne i niewymierne • zaznacza na osi liczbowej przedziały otwarte i zamknięte, których końcami są liczby wymierne i niewymierne • zapisuje za pomocą symboli przedziały zaznaczone na osi • zapisuje przedział liczbowy za pomocą nierówności podwójnej • zaznacza na osi liczbowej część wspólną i sumę przedziałów

Co najmniej od 4 lat nauczyciele przygotowują plany swojej pracy dydaktycznej w postaci planów wynikowych. Myślę, że ciągle jednak aktualne jest pytanie: na ile sformułowane przez nauczyciela, przedstawione dyrektorowi szkoły, uczniom i ich rodzicom plany wynikowe są rzeczywiście podstawą realizacji procesów: kształcenia i oceniania? Rzetelnie przygotowany, konsekwentnie i mądrze realizowany w procesie kształcenia i oceniania plan wynikowy stwarza dobre warunki dla opracowania i posługiwania się schematem punktowania zadań i sprawdzianów. Różnicowanie jakościowe poziomu wiadomości i umiejętności uczniów jest pierwsze wobec ich różnicowania ilościowego – punktów.

Punktowanie zadań

Dla sformułowania opinii o osiągnięciach ucznia i wyrażenia jej za pomocą wskaźnika, jakim jest stopień szkolny, w praktyce szkolnej posługujemy się schematem punktowania. Polega on na tym, że:

- elementom rozwiązania każdego zadania przyporządkowana jest określona liczba punktów;
- w liczbie punktów uzyskanych za rozwiązanie całego sprawdzianu ustala się pewne progi odpowiadające stopniom szkolnym.

Zaletą zadań zamkniętych jest łatwość i jednoznaczność ich punktowania: 0–1. Jest to chyba najważniejsza przyczyna ich popularności, także w systemie oceniania wewnątrzszkolnego. Zadania otwarte, a szczególnie zadania rozszerzonej odpowiedzi są trudniejsze do punktowania ich rozwiązań, gdyż rozwiązanie ich wymaga od ucznia wykonania więcej niż jednej czynności lub też na rozwiązanie zadania mają wpływ inne umiejętności ucznia niż matematyczne, lub też dane zadanie można rozwiązać więcej niż jedną metodą.

Czynności, które składają się na rozwiązanie zadania, należą też do różnych kategorii taksonomicznych, są różnej objętości i różnej trudności, są też w różnej relacji do podstawy programowej.

Dlatego przy opracowywaniu schematu punktowania rozwiązania każdego zadania, które przygotowuję na sprawdzian uczniowski, zadaję sobie pytanie: co i za ile punktować, by naprawdę liczba uzyskanych przez ucznia punktów była adekwatna do poziomu jego osiągnięć, dla których układem odniesienia są wymagania programowe skonstruowane na bazie Podstawy programowej.

Moim zdaniem, schemat punktowania zadań powinien szanować strukturę Podstawy programowej, a więc nadrzędność celów edukacyjnych w stosunku do materiału nauczania. Ośmielał się przedstawić propozycje punktowania kilku zadań.

Przykład 1

Dla jakiej wartości parametru m funkcja kwadratowa $y = mx^2 + 3x - 4$ ma minimum dla $x = 1$.

Propozycja rozwiązania i punktowania zadania 1:

1. Wyciągnięcie wniosków z treści zadania – 2 p:
 - jeśli funkcja kwadratowa ma minimum to $m > 0$
 - minimum jest dla x wierzchołka.
2. Obliczenie m ze wzoru na x wierzchołka: $-\frac{3}{2m} = 1$, $m = -\frac{3}{2} - 1$ p.
3. Wyciągnięcie wniosku z p. 1b i 2 – zauważenie sprzeczności – 1p.
4. Sformułowanie odpowiedzi – 1 p.

Razem – 5 p.

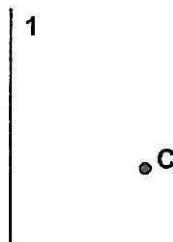
Propozycja punktowania zadania wyraźnie promuje sprawdzanie stopnia realizacji celów edukacyjnych z Podstawy programowej – „Kształcenie umiejętności logicznego rozumowania i wyciągania wniosków...”

Przykład 2

Dane są:

- jedna oś symetrii kwadratu
 - jeden wierzchołek kwadratu nie leżący na tej osi
- Zaprojektuj sposób konstrukcji tego kwadratu – zapisz poszczególne czynności i narysuj kwadrat.

Propozycja rozwiązania i punktowania zadania 2:



Uczeń:

1. Rysuje prostą k prostopadłą do l i przechodzącą przez punkt C – 1p.
2. Znajduje punkt D jako symetryczny do C względem l – 1p.
3. Na prostej l znajduje punkt P taki, że $(OP) = (CD)$ – 1p.
4. Rysuje prostą m prostopadłą do l w punkcie P – 1p.
5. Na prostej m znajduje punkty A i D : $(OC) = (PB)$ – 1p.
6. Wykonuje rysunek – 1p.

Propozycja punktowania promuje sprawdzanie stopnia osiągnięcia celów edukacyjnych z Podstawy programowej; „Kształcenie umiejętności logicznego rozumowania...” oraz „Kształcenie umiejętności posługiwania się podstawowymi pojęciami matematycznymi”.

W tym zadaniu ważne jest nie narysowanie dobrego rysunku, ale droga rozumowania, która do wykonania tego rysunku prowadzi.

Przykład 3

Napisz wzór funkcji liniowej, o której wiesz, że:

– dla $x \in (3, +\infty)$

– oś OY przecina w punkcie $P(0, -1)$

Propozycja rozwiązania i punktowania zadania:

Uczeń:

1. Formułuje wnioski na podstawie treści zadania – 2 p.

– $x = 3$ jest miejscem zerowym tej funkcji

– $b = -1$.

2. Oblicza wartość współczynnika a : $0 = 3a$, $a = \frac{1}{3} - 1$ p.

3. Zapisuje wzór funkcji liniowej: $y = \frac{1}{3}x - 1$ p.

Propozycja punktowania zadania promuje wspomniane już przy zad. 1 i 3 cele edukacyjne z Podstawy programowej.

Przykład 4

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 5x + 3(x - y) = 8 \\ 3x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

Najpierw przekształcamy układ równań do prostszej postaci:

$$\begin{cases} 8x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Układ równań można rozwiązać trzema metodami:

a) podstawiania

Z drugiego równania wyznaczam x .

$$3x = 8 - 2y$$

$x = \frac{8-2y}{3}$ – wstawiam za x do równania pierwszego.

$$8 \times \frac{8-2y}{3} - 3y = 8 \quad | \times 3$$

$$64 - 16y - 9y = 24$$

$$-25y = -40$$

$$y = \frac{8}{5}$$

$$\text{Teraz wyliczamy } x = \frac{8 - 2 \cdot \frac{8}{5}}{3} = \frac{8}{5}$$

Rozwiązaniem równania są liczby $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{8}{5}$.

b) przeciwnych współczynników

$$\begin{cases} 8x - 3y = 8 \quad | \times 3 \\ 3x + 2y = 8 \quad | \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x - 6y = 16 \\ 9x + 6y = 24 \end{cases}$$

po dodaniu stronami:

$$25x = 40$$

$$x = \frac{8}{5}$$

Do drugiego równania wstawiamy x i wyliczamy y :

$$3 \times \frac{8}{5} + 2y = 8$$

$$2y = 8 - \frac{24}{5}$$

$$2y = 8 - 4\frac{4}{5}$$

$$2y = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{8}{5}$$

Rozwiązaniem układu równań są liczby: $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{8}{5}$

c) wyznaczników (uczą go nauczyciele w niektórych szkołach jako techniki)

$$\begin{cases} 8x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = b \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 16 + 9 = 25$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} = 16 + 24 = 40 \quad x = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 64 - 24 = 40 \quad y =$$

Rozwiązaniem układu równań są liczby: $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{8}{5}$

Trzy różne sposoby rozwiązania zadania – a liczba punktów za prawidłowe rozwiązanie musi być taka sama. Można sobie sprawę uprościć „proponując” uczniom metodę rozwiązania. Ale jeśli chcemy uzyskać informacje, w jakim stopniu uczeń opanował umiejętność logicznego rozumowania i wyciągania wniosków oraz posługiwania się pojęciami matematycznymi – czego pierwszym znakiem będzie wybór optymalnej metody dla danego przykładu – to pozostawimy uczniom wybór metody.

Proponuję wtedy następujący schemat punktowania:

1. Wybór optymalnej metody (dla danego przykładu) – 1 p.
2. Poprawność zastosowania wybranej metody – 3 p.
3. Poprawność wykonywanych rachunków – 2 p.
4. Sformułowanie odpowiedzi – 1 p.

Wnioski i refleksje

Pytanie postawione na początku mojej wypowiedzi, na jej końcu jest tak samo aktualne. Może tylko sformułuję je inaczej, bardziej twórczo:

Co robić, aby liczba punktów uzyskanych przez ucznia za rozwiązanie zadań w procesie sprawdzania była maksymalnie adekwatna do poziomu jego osiągnięć z matematyki?

Myślę, że dobrze będzie pamiętać, iż:

- poziom osiągnięć ucznia należy do kategorii jakości;
- sprawdzanie i ocenianie osiągnięć ucznia to proces, którego jednym z wielu elementów jest schemat punktowania zadań;

- schemat punktowania zadań spełnia w sformułowaniu opinii o poziomie osiągnięć ucznia funkcję pomocniczą;
- schemat punktowania rozwiązania danego zadania powinien promować sprawdzanie celów edukacyjnych;
- ustalone progi punktowe powinny respektować poziomowanie wymagań;
- schemat punktowania rozwiązania zadania i całego sprawdzianu nie zwalnia nauczyciela sprawdzającego poziom osiągnięć ucznia z odpowiedzialności wynikającej ze zdrowego rozsądku i poszukiwania dobra ucznia.