

WŁADYSŁAW MAŚSIOR

Regionalny środek Doskonalenia Nauczycieli „WOM” w Bielsku-Białej

PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIE MATEMATYKI SZKOLNEJ W OPINII UCZNIÓW

1. Teoria i uwarunkowania systemowe

Użyteczność zdobywanej wiedzy i umiejętności jest dla uczących się jednym z najważniejszych wskaźników przy ocenie wartości treści kształcenia i ma istotny wpływ na motywację do nauki. Konsekwencją powyższego stwierdzenia jest konieczność brania pod uwagę tej użyteczności przy doborze celów kształcenia.

Dokumenty wyznaczające obecnie kierunki edukacji matematycznej w naszym kraju akcentują użyteczność zdobywanej wiedzy, m.in. wskazując na potrzebę kształcenia umiejętności praktycznego jej stosowania. Wyraża to *Podstawa programowa kształcenia ogólnego*¹. Na kolejnych etapach kształcenia znaleźć można zapisy ilustrujące ten fakt:

Formułowanie w języku matematyki prostych problemów spotykanych w środowisku uczniów (II etap – osiągnięcia).

Przygotowywanie uczniów do wykorzystania wiedzy matematycznej do rozwiązywania problemów z zakresu różnych dziedzin kształcenia szkolnego oraz życia codziennego (III etap – cele edukacyjne).

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych (IV etap – cele edukacyjne).

Wątek ten podobnie akcentują egzaminy zewnętrzne odnoszące się do treści matematycznych. Szczególnie wyraźne jest to w odniesieniu do sprawdzianu w szkole podstawowej i egzaminu gimnazjalnego. Istotnym zagadnieniem wydaje się więc zbadanie, czy i w jaki sposób ten cel istnieje w świadomości uczniów uczących się matematyki.

¹ Rozporządzenie MENiS z dnia 6 listopada 2003 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół. Źródło: www.men.waw.pl

Zakres zastosowań matematyki szkolnej oraz jej rolę w rozwiązywaniu problemów, jakie może przed sobą postawić uczeń, można próbować opisać następująco²:

Matematyka jest używana: do przekazywania idei, do wspierania argumentów, do kontroli napływających informacji, jako pomoc w rozwiązywaniu problemów. Dla tych celów może być widziana jako: język opisu, instrument klasyfikacji, mechanizm kodowania, narzędzie podejmowania decyzji.

W dydaktyce matematyki powyższe zastosowania realizuje się poprzez **zadania realistyczne** (inaczej określane jako **zadania na zastosowanie**). Zadania takie można próbować klasyfikować według stopnia samodzielności ucznia w stosowaniu matematyki. Wówczas można przyjąć następującą taksonomię: **rozumienie modelu, stosowanie modelu, dobieranie modelu, tworzenie (odkrywanie) modelu**.

2. Cele i przebieg badania

Celem badania, którego wyniki prezentuje niniejszy artykuł, było poznanie **opinii uczniów** na temat użyteczności matematyki szkolnej, a w szczególności uzyskanie odpowiedzi na następujące pytania:

1. Jaka jest użyteczność matematyki w życiu codziennym (poza szkołą)?
2. Na których przedmiotach, poza matematyką, jest ona przydatna i w jakim stopniu?
3. Czy pokazywanie zastosowań motywuje ucznia do uczenia się matematyki i jakie jest tego uzasadnienie?

Badanie przeprowadzone zostało metodą ankiety na grupie 247 uczniów z Bielska-Białej i okolicznych miejscowości w różnych typach szkół. Przeprowadzenie badania było możliwe dzięki zaangażowaniu nauczycieli – uczestników warsztatów metodycznych *Jak uczyć zastosowania matematyki?* zorganizowanych przez autora niniejszego artykułu.

Tab. 1. Próba badawcza

| | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Technikum | LO dla dorosłych |
|-----------------|-------------------|-----------|-----------|---------------------|
| Liczba badanych | 41 | 116 | 39 | 52 |

3. Wyniki badania

Dwa pierwsze pytania ankiety miały charakter pomocniczy (stanowiły rodzaj metryczki). Uczniowie udzielali odpowiedzi w skali 1–6 (jak w przypadku stopni szkolnych)³.

² Ponte J.P., *Necessary research in mathematical modeling and applications*, [w:] T. Breiteig, I. Huntley, G. Kaiser-Messmer (red.), *Teaching and learning mathematics in context*, Ellis Horwood, New York 1993, s. 219–227. Źródło: www.educ.fc.ul.pt, tłum. własne.

Tab. 2. Ocena zainteresowania matematyką i umiejętności matematycznych

| Etap kształcenia | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Technikum | LO dla dorosłych |
|---------------------------------------|----------------|------------|------------|------------------|
| Oceń swoje zainteresowanie matematyką | | | | |
| Ocena 6 | 12% | 2% | 3% | 2% |
| Ocena 5 | 27% | 16% | 10% | 13% |
| Ocena 4 | 37% | 33% | 38% | 13% |
| Ocena 3 | 15% | 26% | 41% | 44% |
| Ocena 2 | 5% | 14% | 8% | 10% |
| Ocena 1 | 2% | 10% | 0% | 15% |
| Oceń swoje umiejętności matematyczne | | | | |
| Ocena 6 | 5% | 3% | 0% | 0% |
| Ocena 5 | 37% | 15% | 8% | 0% |
| Ocena 4 | 44% | 37% | 31% | 17% |
| Ocena 3 | 12% | 31% | 51% | 50% |
| Ocena 2 | 0% | 12% | 10% | 23% |
| Ocena 1 | 0% | 2% | 0% | 10% |

W przypadku obu poruszanych kwestii widać wyraźną tendencję spadkową (najczęstsze odpowiedzi wyłuszczone).

Najistotniejsze pytania – o przydatność matematyki – były dwuczłonowe. Uczniowie najpierw mieli oceniać tę przydatność w skali sześciostopniowej, a następnie przytaczać po trzy przykłady zastosowań z życia oraz wskazać trzy przedmioty szkolne, na których najczęściej korzystają z matematyki.

Spójrzmy w pierwszej kolejności na odpowiedzi na pytania zamknięte (wyłuszczone wartość równą medianie). Otrzymane wyniki sugerują, że (z wyjątkiem słuchaczy LO dla dorosłych) co najmniej połowa ankietowanych ocenia przydatność matematyki wysoko – od 4 w górę.

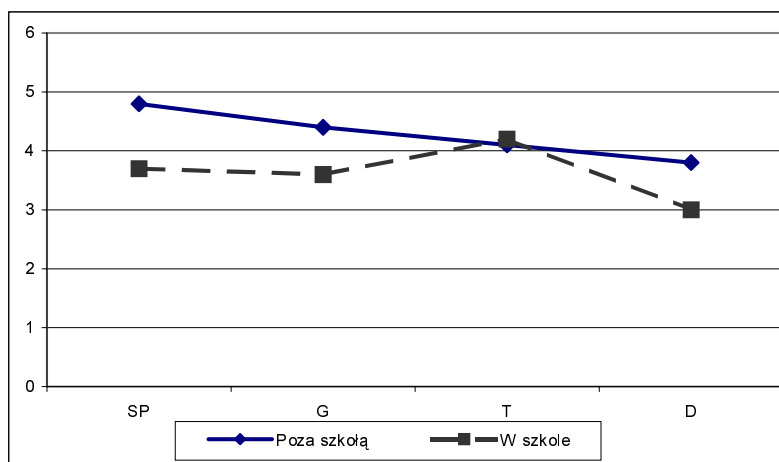
Tab. 3. Ocena przydatności matematyki

| | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Technikum | LO dla dorosłych |
|------------------------------------|----------------|------------|------------|------------------|
| Przydatność matematyki poza szkołą | | | | |
| Ocena 6 | 37% | 13% | 5% | 8% |
| Ocena 5 | 22% | 36% | 23% | 17% |
| Ocena 4 | 24% | 26% | 41% | 25% |
| Ocena 3 | 15% | 16% | 26% | 37% |
| Ocena 2 | 0% | 9% | 5% | 6% |
| Ocena 1 | 0% | 1% | 0% | 6% |
| Przydatność matematyki w szkole | | | | |
| Ocena 6 | 7% | 6% | 3% | 2% |
| Ocena 5 | 15% | 22% | 49% | 8% |
| Ocena 4 | 44% | 30% | 28% | 19% |
| Ocena 3 | 22% | 24% | 15% | 40% |
| Ocena 2 | 7% | 11% | 0% | 23% |
| Ocena 1 | 0% | 3% | 0% | 2% |

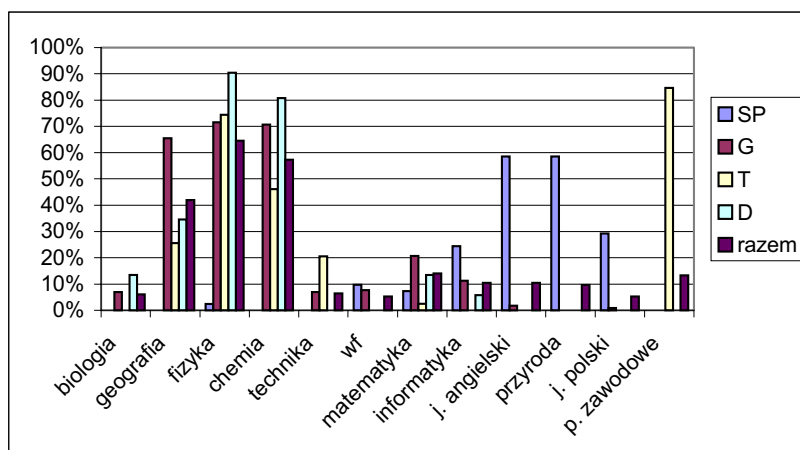
³ We wszystkich tabelach fakt niesumowania się procentów do 100 wynika z użycia przybliżeń.

Analiza średniej ocen wskazuje jednak na tendencję malejącą wraz z kolejnymi etapami kształcenia. Wyjątkiem jest technikum, gdzie uznanie znaczenia matematyki dla innych przedmiotów szkolnych jest wyższe niż w gimnazjum. Trzeba jednak pamiętać, że uczniowie technikum wskazywali jako miejsce wykorzystania matematyki głównie przedmioty zawodowe. Nie wiadomo, jak odpowiedzieliby uczniowie szkół ogólnokształcących.

Druga wyraźna tendencja, z której ponownie wyłamuje się technikum to wyżej oceniana użyteczność matematyki poza szkołą niż na pozostałych przedmiotach szkolnych.



Rys. 1. Średnie ocen przydatności matematyki



Rys. 2. Wykorzystanie matematyki w szkole (wskazania przedmiotów)

Wskazane przez uczniów przedmioty, na których najczęściej stosuje się matematykę, nie zaskakują w gimnazjum i LO: fizyka – odpowiednio 70%, 90%, chemia – 71%, 81% i geografia – 66%, 35%; w technikum na pierwszym miejscu

pojawiają się przedmioty zawodowe (aż 85% wskazań, obok fizyki i chemii). Zaskakujące są natomiast odpowiedzi w szkole podstawowej: przyroda – 59%, język angielski – 59% i język polski – 29%. Warto też zwrócić uwagę na przedmioty z pozoru odległe od matematyki – WF i język polski. (Matematyka nie powinna znaleźć się w tym zestawieniu, ale duża grupa uczniów podawała ją zapewne w wyniku nieporozumienia, zatem jej pominięcie zniekształciłoby dane).

Pytanie o obszary pozaszkolnego stosowania matematyki przyniosło bogatą paletę odpowiedzi. Większość z nich można było jednak ująć w kilka kategorii.

Tab. 4. Wskazania sytuacji pozaszkolnych, w których wykorzystuje się matematykę

| | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Technikum | LO dla dorosłych | Razem |
|--------------|-------------------|------------|------------|---------------------|------------|
| Zakupy | 73% | 79% | 59% | 35% | 66% |
| Bank | 7% | 9% | 10% | 4% | 8% |
| Prace domowe | 37% | 20% | 13% | 13% | 20% |
| Pieniądze | 7% | 9% | 13% | 10% | 9% |
| Szkoła | 10% | 34% | 8% | 15% | 22% |
| Rozrywka | 12% | 9% | 0% | 2% | 7% |
| Inne | 20% | 27% | 23% | 6% | 21% |

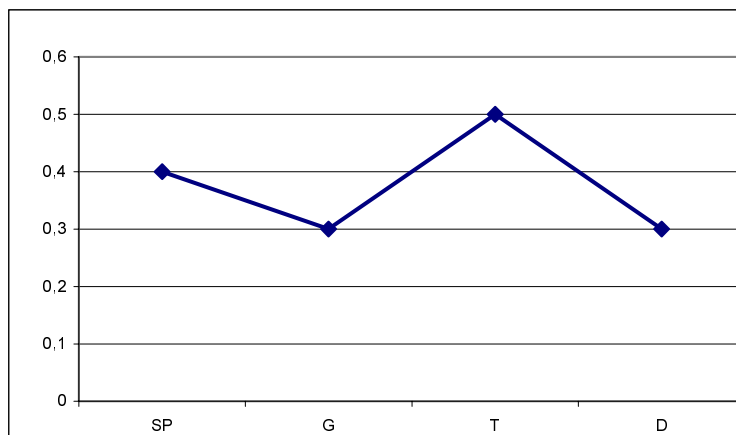
Jak widać z powyższej tabeli, na pierwszym miejscu, **niezależnie od wieku uczniów**, uplasowały się zakupy, na drugim prace domowe, a na trzecim – szkoła lub rozrywka (w tym „rankingu” nie uwzględniono kategorii „inne” ze względu na bardzo duże zróżnicowanie jej zawartości). Dla lepszego zilustrowania poszczególnych grup odpowiedzi warto poznać zapisy uczniów. W poszczególnych kategoriach wyglądało to następująco (najczęstsze lub oryginalne przykłady): zakupy – sklep, obniżka lub podwyżka cen, rabat, promocja, rachunki, wydawanie reszty; prace domowe – dom, remonty, wymierzanie działek, gotowanie; pieniądze – liczenie pieniędzy; szkoła (kategoria dość dziwna, ale jej „pozaszkolny” charakter da się wyjaśnić) – zadania domowe, pomoc w nauce rodzeństwu, obliczanie ocen, egzaminy, konkursy; rozrywka – totolotek, komputer, sport, zabawy z rówieśnikami, krzyżówki matematyczne; inne – zainteresowania techniczne, obliczenia czasu, skala, podróże, praca zawodowa.

Ostatnie pytanie dotyczyło zainteresowania lekcjami ukazującymi zastosowania matematyki. Większość odpowiedzi była jednoznaczna: tak – nie. Niewielka grupa uczniów dawała odpowiedź warunkową, uzależniając ją najczęściej od poziomu trudności stawianych przed nimi zadań. Stosunkowo spora grupa (19% – większa niż w przypadku innych pytań) nie podała żadnej odpowiedzi.

Tab. 5. Zainteresowanie sytuacjami praktycznego zastosowania matematyki

| | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Technikum | LO dla dorosłych |
|-----------------|-------------------|-----------|-----------|---------------------|
| Tak | 63% | 52% | 64% | 54% |
| Zależy lub brak | 10% | 25% | 23% | 21% |
| Nie | 27% | 23% | 13% | 25% |

Poniższy wykres przedstawia średnią ocen (przyjęto następującą skalę: tak – 1, zależy lub brak odpowiedzi – 0, nie – -1). Ocena wypada pozytywnie dla wszystkich etapów, ale nie jest to opinia zdecydowana. Charakterystyczne jest, że najwyższą średnią odnotowano w przypadku technikum.



Rys. 3. Zainteresowanie sytuacjami praktycznego zastosowania matematyki

Uzasadnienia odpowiedzi uczniów, skategoryzowane poniżej, dotyczą – w przypadku odpowiedzi pozytywnych – w pierwszym rzędzie możliwości dowiedzenia się, do czego może przydać się matematyka. Dalej mowa jest o lepszym zrozumieniu matematyki dzięki kontekstowi zadań oraz atrakcyjności treści lekcji. Pozytywna ocena sytuacji dydaktycznych pokazujących zastosowanie matematyki idzie więc w parze ze wskazaniem tych sytuacji jako źródła silnej *zewnętrznej motywacji*⁴ do uczenia się matematyki. Dobrze ilustrują to następujące przykłady uzasadnień podawane przez uczniów: *Często mi się to przydaje w różnych sytuacjach; Będę wiedzieć, w czym przyda mi się dana lekcja; Jestem kiepski, ale lubię matematykę, bo na co dzień się z nią spotykam; Matematyka jest bardziej zrozumiała, gdy pokazuje się ją na przykładach*. Obserwacja jest tym cenniejsza, że dotyczy również uczniów o niskich umiejętnościach matematycznych (na blisko 200 odpowiedzi „tak”, ponad 50 pochodziło od uczniów oceniających swe umiejętności poniżej 4).

Prawie wszystkie odpowiedzi negatywne uzasadniane są negatywnym stosunkiem do przedmiotu lub niskimi wynikami z matematyki. Warto przy tej okazji zastanowić się nad powodem subiektywnego poczucia braku sukcesów uczniów. Jeden z powodów ilustruje taka odpowiedź gimnazjalisty: *Matematyka jest przedmiotem nudnym, pozbawionym sensu i zastosowania przez swój zbyt wysoki poziom*. Dla dużej części uczniów pytanie o atrakcyjność zastosowań matematyki wydaje się być tożsame z pytaniem o atrakcyjność samej matematyki.

⁴ Niemierko B., *Ocenianie szkolne bez tajemnic*, WSiP, Warszawa 2002.

Tab. 6. Uzasadnienie oceny zainteresowania sytuacjami praktycznego zastosowania matematyki

| | SP klasy IV–VI | Gimnazjum | Techni- kum | LO dla dorosłych | Razem |
|----------------------------------|-------------------|------------|----------------|---------------------|------------|
| Potrzeba zastosowania | 5% | 25% | 21% | 13% | 19% |
| Zrozumienie matematyki | 5% | 11% | 10% | 17% | 11% |
| Zainteresowanie tematem | 15% | 8% | 10% | 6% | 9% |
| Negatywny stosunek do matematyki | 7% | 13% | 5% | 13% | 11% |
| Pozytywny stosunek do matematyki | 0% | 5% | 15% | 0% | 5% |
| Inne powody | 20% | 5% | 3% | 2% | 6% |
| Brak uzasadnienia | 27% | 26% | 33% | 44% | 31% |

Wnioski z badania

Prezentowane wyniki pozwalają na wyciągnięcie kilku ostrożnych wniosków, przy czym, ze względu na dobór próby, najpewniej wnioskować można o uczniach gimnazjum i szkoły podstawowej.

1. Uczniowie powszechnie dostrzegają zastosowania matematyki w życiu codziennym. Zakres kontekstów, w których matematyka jest wykorzystywana, jest jednak ograniczony głównie do tematyki zakupów, prac domowych i rozrywk. Również nie w pełni dostrzegają uczniowie cele swoich zastosowań. Dominuje **rozwiązywanie problemów i kontrola napływających informacji**; sporadycznie występuje **wspieranie argumentów**, a brak prawie całkowicie **przekazywania idei**. Matematyka jest prawie zawsze **narzędziem podejmowania decyzji**, ale już rzadko **językiem opisu, instrumentem klasyfikacji, mechanizmem kodowania**.

2. Ocena stopnia przydatności matematyki maleje z wiekiem uczniów. Można przypuszczać, że im trudniejsze, bardziej złożone treści matematyczne, tym trudniej znaleźć dla nich dostępne uczniom zastosowanie. Wyjątek technikum potwierdza tę obserwację; wyższe oceny wynikają ze wskazania uczniom szerszych zastosowań o charakterze wysoce specjalistycznym.

3. Liczba przedmiotów szkolnych, w treściach których uczniowie dostrzegli matematykę, jest bardzo duża. Ocena stopnia wykorzystania, choć niższa niż w przypadku sytuacji pozaszkolnych, świadczyć może o wzrastającej integracji treści nauczania, ponadprzedmiotowym traktowaniu „przedmiotowych” zadań pojawiających się na różnych lekcjach.

4. Pokazanie zastosowań matematyki podnosi motywację uczniów do uczenia się tego przedmiotu (odpowiada na pytanie „Po co?”), a także jest pomocne w zrozumieniu treści matematycznych. Jednakże wąski zakres pozamatematycz-

nych kontekstów zadań, w których uczniowie dostrzegają matematykę, stanowi ograniczenie dla wykorzystania tego źródła motywacji uczniów.

Wnioski dotyczące dalszych badań

Zaprezentowane wyżej wyniki pozwalają także na sformułowanie kolejnych pytań (i wskazanie obszarów badań):

1. Jaka jest przyczyna stosunkowo wąskiego postrzegania roli matematyki w przypadku uczniów większości szkół, a zwłaszcza gimnazjum?
2. Jaki jest stopień samodzielności uczniów w stosowaniu matematyki?
3. Jaki zakres zastosowań matematyki pokazują podręczniki dostępne na naszym rynku wydawniczym (przedstawione zastosowania matematyki to jedynie opinie uczniów)?
4. W jakim zakresie używane w procesie dydaktycznym konteksty zadań powinny wpływać z doświadczeń uczniów, a w jakim te doświadczenia rozwijać?

Czy po szkole podstawowej, a szczególnie po gimnazjum, ocena umiejętności matematycznych uczniów powinna być badana wyłącznie poprzez zastosowania matematyki?